

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 8

2020/21

Serie 7

1) Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung auf graphischem Wege.

$$\left[\frac{3x + 10}{6} \right] = \frac{5x + 3}{7}$$

Dabei bezeichnet $[u]$ den ganzzahligen Teil von u . (6 P)

[Wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 4.2. (Funktionen und ihre Graphen) und den Abschnitt 4.3. (Zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen) und in „Regeln“ auf S.15 die Regel (5).]

2) Sei $ABCD$ ein Trapez mit $AB \parallel CD$ und $AC \perp BD$.

Beweise, dass dann stets $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = (\overline{AB} + \overline{CD})^2$ gilt.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (6 P)

[Versuche, einen Hilfspunkt und Hilfslinien so einzuführen, dass ein für den Beweis günstiges rechtwinkliges Dreieck entsteht. Lies in „Einige grundlegende planimetrische Sätze“ den Abschnitt IVe.]

3) Mechthild hat sich ein Zahlenrätsel ausgedacht. Sie sagt zu Karl:

„Denke dir drei aufeinander folgende natürliche Zahlen, die alle kleiner als 51 sind und bilde deren Summe.

Addiere zu dieser Summe eine durch 3 teilbare natürliche Zahl, die kleiner als 150 ist.

Multipliziere das Ergebnis mit 67.

Wenn du mir nun die durch 3 teilbare Zahl und von dem Endergebnis die beiden letzten Ziffern (mit Stellenangabe) nennst, dann kann ich dir sagen, welche drei Zahlen du dir gedacht hast.“

a) Wie kann man aus diesen Angaben die gedachten Zahlen ermitteln?

b) Begründe die angegebene Vorgehensweise.

(6 P)

4) Beweise folgende Sätze:

(a) Wenn $a, b > 0$ und $a + b = 1$, dann $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$.

(b) Wenn $a, b, c > 0$ und $a + b + c = 1$, dann $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$.

Unter welchen Bedingungen gilt das Gleichheitszeichen? (6 P)

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 4.1. und in „Regeln“ auf S.14 die Regeln (2.2.1), (2.1) und (2.2).]

5) Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung im Bereich der rationalen Zahlen (in Abhängigkeit vom rationalen Parameter p)

$$\sqrt{2x-1} - \sqrt{\frac{x}{p}} \geq 0. \quad (6 P)$$

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ die Abschnitte 1.3. (Aussageformen und Mengen und 4.3. (Zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen) sowie in „Regeln“ auf S.15 die Regel (2.1)]

Letzter Einsendetermin: