

KORRESPONDENZKREIS MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 8

2020/21

Serie 3

1) Sei $ABCDEFGH$ ein Würfel mit der Grundfläche $ABCD$ und der Kantenlänge a . Sei P der Diagonalschnittpunkt der Seitenfläche $BCGF$ und sei Q der Diagonalschnittpunkt der Deckfläche $EFGH$.

a) Ermittle den Umfang des Dreiecks APQ in Abhängigkeit von a .

b) Beweise, dass dann stets $\sphericalangle PBQ = \sphericalangle BQP$ gilt. (6 P)

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. [Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 2.1. (Einige Begriffe und Sätze aus der Stereometrie); lies in „Regeln“ auf S.8 die Regeln (1), (2.1) und (2.2); lies in „Sätze“ auf S.5 den Abschnitt IVe. (Rechtwinklige Dreiecke).]

2) Zu konstruieren sind alle Dreiecke ABC , die folgende Bedingungen erfüllen:

(a) $\overline{AC} = b$;

(b) $\overline{AB} = c$;

(c) $\sphericalangle ACB = 3 \cdot \sphericalangle CBA$.

Außer der Konstruktionsbeschreibung werden auch ein Einzigkeitsnachweis und ein Existenznachweis gefordert. (6 P)

[Wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.7“ den Abschnitt 2.1. (Konstruktionsaufgaben) und in „Regeln“ auf S.9/10 die Regeln (2.1) und (2.2)]

3) Beweise mit Hilfe des Dirichletschen Schubfachprinzips, dass man unter 100 beliebigen aufeinanderfolgenden positiven ganzen Zahlen stets eine solche Zahl finden kann, deren Quersumme durch 14 teilbar ist. (6

P)

[Wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 1.1. (Das Dirichletsche Schubfachprinzip).]

4) Beweise folgenden Satz über natürliche Zahlen n :

Wenn $z = 46^{2n} - 12^{2n}$, dann gilt stets $1972|z$. (6 P)

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

[Wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.7“ die Abschnitte 3.2. (Teilbarkeitslehre) und 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen.)]

5) Ermittle die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen (über dem Bereich der rationalen Zahlen):

a) $\frac{1}{(x+1)^2} \geq \frac{1}{x^2}$ (3 P)

b) $\frac{2x}{1+5x} - 2 \leq \frac{3}{1+5x}$ (3 P)

Letzter Einsendetermin: 02.01.2021

Bitte sendet die bearbeiteten Lösungen an:

Samuel Vlad Borodi

Sommerfelder Straße 20, PF 26 / 1

04299 Leipzig