

Korrespondenz-Seminar 8. Klasse der LSGM

2018/2019

Serie 1

Wolf-Dieter Heinrichs
wolf-dieter.heinrichs@outlook.com
Mobil: 0152 56308507

Liebe Schüler,

ich begrüße euch herzlich zum Korrespondenzzirkel Mathematik der Leipziger Schülergesellschaft für Mathematik! Von nun an werdet Ihr von mir einmal im Monat einen Brief mit kleinen und größeren mathematischen Problemen bekommen. Ihr habt dann Zeit, euch mit den Aufgaben zu beschäftigen und eine Lösung zu finden. Diese Lösungen schickt ihr mir, ich korrigiere sie und sende sie euch mit der nächsten Aufgabenserie zurück.

Außerdem werden wir uns mehrmals treffen, um etwas intensiver an einem bestimmten Thema zu arbeiten. Nun noch einige Anmerkungen zu den Aufgaben:

- Die Aufgaben sind dafür gedacht, innerhalb eines Monats gelöst zu werden nicht an einem Tag. Ihr werdet nicht für alle Fragen sofort eine Idee haben. Deshalb solltet ihr die Aufgaben auch nicht am Stück lösen - am nächsten Tag fällt euch die Lösung einer schwierigen Aufgabe einfacher.
- Niemand erwartet von euch, dass ihr immer zu allen Aufgaben eine Lösung haben müsst. Für viele Aufgaben braucht man die richtige „Idee“ - und wenn man die nicht findet, kann man die Aufgabe wahrscheinlich nicht lösen. Es ist also nicht schlimm, wenn ihr nur einen Teil einer Aufgabe gelöst habt. Aber auch, wenn euer Lösungsweg nicht zum Ziel geführt hat, könnt ihr ihn abgeben, denn Punkte gibt es hier nicht auf die richtige Lösung, sondern darauf, wie ihr dahin gekommen seid.
- Vor allem sollen euch die Aufgaben Freude bereiten (die Lösung einer schwierigen Aufgabe gefunden zu haben, ist ein tolles Gefühl!), ihr sollt aber auch ein Gefühl dafür bekommen, was Mathematik eigentlich ist - denn Mathe ist mehr als das, was in der Schule unterrichtet wird.

Du erhältst mit den Aufgaben der Serie 1 folgende Materialien zugesandt:

1. „Arbeitsmaterial für Korrespondenzzirkel Mathematik, Klasse 8“ (20 Seiten)
2. „Beiblatt Kombinatorik“ (1 Seite)

Diese Materialien sind auch noch für den Gebrauch in höheren Klassenstufen bestimmt. Bezüglich der Verwendung dieser Materialien erhaltet ihr laufend Hinweise. Es ist nicht zu erwarten, dass Ihr alles schon beim ersten Durchlesen voll versteht; völlige Klarheit dürfte sich erst nach längerer Zeit und bei mehrfachem Durcharbeiten einstellen.

Nehmt euch Zeit, den erarbeiteten Stoff laufend und am Ende des Schuljahrs im Zusammenhang zu wiederholen!

Ich wünsche euch viel Spaß beim Knobeln!
Wolf-Dieter

Aufgabe 1

Beweise mit Hilfe des Dirichletschen Schubfachprinzips, dass von den durch 7 teilbaren ganzen Zahlen im Bereich $1000 \leq x \leq 1100$ nicht 9 voneinander verschiedene Zahlen ausgewählt werden können, die alle gerade sind.

Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.1 (Das Dirichletsche Schubfachprinzip)

6 Punkte

Aufgabe 2

Setzt man zwischen die zweite und dritte Ziffer einer vierstelligen natürlichen Zahl das Multiplikationszeichen, dann erhält man ein Produkt aus zwei Faktoren. Ermittle alle vierstelligen Zahlen, die doppelt so groß sind wie das auf obige Weise gebildete Produkt.

Wiederhole im Arbeitsmaterial für Klasse 7 den Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben)

6 Punkte

Aufgabe 3

Max arbeitet zur Vorbereitung auf die Mathematik-Olympiade eine Anzahl Aufgaben durch. Seinem Freund Moritz, der ihn fragt, wie viele von diesen Aufgaben er bereits gelöst habe und wie viele noch nicht, antwortet er: „Die Anzahl der gelösten Aufgaben ist um 22 größer als die Anzahl der nicht gelösten Aufgaben. Addiert man zur Anzahl der gelösten Aufgaben die dreifache Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so erhält man eine Zahl, die kleiner als 60 ist. Addiert man aber zur Anzahl der gelösten Aufgaben ein Drittel der Anzahl der nicht gelösten Aufgaben, so ergibt sich eine ganze Zahl, die größer als 30 ist.“ Untersuche, ob durch diese Angaben eindeutig bestimmt ist, wie viele Aufgaben Max bearbeitet und wie viele er davon gelöst hat. Ist dies der Fall, dann gib diese Anzahlen an.

6 Punkte

Aufgabe 4

Ermittle alle Primzahlen p , für die $T(p) = p^3 + p^2 + 11p + 2$ eine Primzahl ist.

Hinweis: Hier ist es günstig, zunächst durch Betrachten von speziellen Fällen zu einer Vermutung zu kommen. Diese Vermutung kann man dann beweisen, indem man nachweist, dass in allen anderen Fällen $T(n)$ das Vielfache einer Zahl und damit keine Primzahl ist.

6 Punkte

Aufgabe 5

Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung bzw. Ungleichung im Bereich der rationalen Zahlen.

a) $\frac{x+2}{84} - \frac{x+1}{207} = \frac{2x+7}{322}$

b) $(5x - 7)(5x + 7) - (4x - 5)^2 < (3x - 8)(3x + 8)$.

Wiederhole dazu im Arbeitsmaterial für Klasse 7 die Abschnitte 4.1. (Einige Begriffe) und 4.2. (Regeln für das äquivalente Umformen) sowie den ersten Teil des Abschnitts 4.3. (Einige wichtige Gleichungen).

6 Punkte

Organisatorisches

Sendet die Lösungen bitte bis zum 8. Oktober 2018 an:
Wolf-Dieter Heinrichs
Nernststr. 12
04159 Leipzig
oder per E-Mail an: wolf-dieter.heinrichs@outlook.com

Ihr könnt auch stets auf die Internet-Seite
<https://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.19.8-K>
sehen, dort findet ihr alle wichtigen Informationen zu unserem Zirkel.