

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

Aufgaben

Klasse 7

2018/19

Serie 5

1) Seien a und b natürliche Zahlen.

Beweise folgenden Satz:

Wenn a bei Division durch 32 den Rest 9 lässt und b bei Division durch 32 den Rest 7 lässt, dann ist die Differenz der Quadrate dieser beiden Zahlen stets durch 32 teilbar.

[Hinweis: Übersetze in die Sprache der Kongruenzen. Wiederhole die im „Arbeitsmaterial“ auf S.15 angegebenen Sätze.]

2)

a) Ermittle jeweils den Rest, den 43^7 bzw. 87^{13} bei Division durch 44 lassen.

b) Beweise folgenden Satz:

Wenn $z = 43^7 - 87^{13}$, dann $44|z$.

[Hinweis: Auch hier kann das Rechnen mit Kongruenzen helfen. Wiederhole die im „Arbeitsmaterial“ auf S. 16 gegebenen „Hinweise“.]

3) Es möge p_n die n -te Primzahl der Primzahlfolge bezeichnen.

Ermittle alle natürlichen Zahlen n , für die gilt: $p_n = 2n + 1$.

[Hinweis: Suche nach einer Vermutung und beweise diese Vermutung. Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.5. (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben).]

4) Ermittle alle Tripel $(x; y; z)$ aus natürlichen Zahlen, die folgende Bedingungen erfüllen:

(1) Die Summe der drei Zahlen beträgt 945.

(2) Ein Sechstel der ersten Zahl ist gleich einem Siebentel der zweiten Zahl und auch gleich einem Achtel der dritten Zahl.

Stelle die Lösung so dar, wie die Lösung der Aufgabe 2) aus Serie 2.

5) Herr Anders fuhr mit seinem Pkw mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h an einer Tankstelle (A) vorbei. Nach einer weiteren Fahrstrecke von 175 km merkte Herr Anders, dass sein Benzinvorrat vermutlich nicht mehr ausreichen würde, um die nächste Tankstelle (B) zu erreichen, die von dieser Stelle aus noch 45 km entfernt liegt. Er verringerte daher seine Geschwindigkeit auf 60 km/h, um weniger Benzin zu verbrauchen.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit legte Herr Anders die Strecke zwischen A und B zurück?

Letzter Einsendetermin: 9.3.19

An: Dr. Axel Schüler, Hauptmannstraße 3, 04109 Leipzig