K O R R E S P O N D E N Z Z I R K E L   M A T H E M A T I K

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n   Klasse 7   2018/98   Serie 4

---

1) Zu konstruieren sind alle Vierecke ABCD, die folgende Bedingungen erfüllen:

(a) $\overline{AB} = a = 8$ cm;

(b) $\overline{CD} = c = 3$ cm;

(c) $\overline{AC} = e = 7$ cm;

(d) $\overline{BD} = f = 6$ cm;

(e) ABCD ist ein Trapez mit $AB \| CD$.

a) Beschreibe eine Konstruktion und fertige eine Konstruktionszeichnung an.

b) Beweise: Wenn ein Viereck ABCD wie beschrieben konstruiert wurde, dann erfüllt es die Bedingungen (a) bis (e). (*Existenznachweis*)

c) Beweise: Wenn ein Viereck ABCD die Bedingungen (a) bis (e) erfüllt, dann lässt es sich wie beschrieben konstruieren. (*Einzigkeitsnachweis*)

[Wiederhole im „Arbeitsmaterial" den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben); lies in „Regeln" auf S.10 zur „Methode der Hilfselemente" die Regeln (2.1) und (2.2). Man kann auf der Geraden AB einen Hilfspunkt E so wählen, dass ein konstruierbares Hilfsdreieck AEC und ein nützliches Hilfsviereck BECD entsteht.]

2) a) Untersuche, welche der folgenden drei Kongruenzaussagen wahr und welche falsch sind.

Vereinfache die wahren Kongruenzaussagen durch eine entsprechende Division auf beiden Seiten so weit wie möglich.

$666 \equiv 414 \ (63)$; $401276 \equiv 25362 \ (99)$; $9945 \equiv 4590 \ (357)$.

b) Ermittle die letzte Ziffer des folgenden Produkts:

$z = 123456^{789} \cdot 1999^{1999} \cdot 3553^{35}$.

Dabei sei das Verwenden eines Taschenrechners für die Begründungen nicht zugelassen.

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial" den Abschnitt 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen) und wiederhole im Abschnitt 3.1. den Euklidischen Algorithmus.]

3) Über die Punkte A, B, C, D, E, F, G und S wird vorausgesetzt:

V_1: ABC ist ein Dreieck mit einem rechten Winkel bei A.

V_2: Über der Seite $\overline{BC}$ ist ein Quadrat CBDE mit dem Diagonalenschnittpunkt S so gezeichnet, dass das Dreieck nicht überdeckt wird.

V_3: Das Lot von S auf die Gerade AB hat den Fußpunkt F.
Das Lot von S auf die Gerade AC hat den Fußpunkt G.

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen das Viereck AFSG stets ein Quadrat ist.

[Informiere dich in „Beweismittel“ auf Seite 1 über Sätze, mit deren Hilfe man Aussagen der Gestalt „$\alpha = \beta$“ herleiten kann.]

4) Eine quadratförmige schachbrettartige Tabelle bestehe aus 15 mal 15 Feldern. Eine der beiden Diagonalen des Quadrats sei d genannt. In jedes der 225 Felder der Tabelle kann eine der Zahlen 1 bis 15 so eingetragen werden, dass die folgenden Bedingungen (a) und (b) erfüllt sind:

(a) Jede (waagerechte) Zeile enthält jede der 15 Zahlen genau einmal.

(b) Für je zwei Felder, die symmetrisch zu d liegen, gilt:
Die Zahlen in diesen zwei Feldern sind einander gleich.

Für jede derartige Eintragung kann man die Summe aus denjenigen Zahlen bilden, die in den fünfzehn von der Diagonalen d durchquerten Feldern stehen.
Beweise, dass diese Summe durch die Bedingungen (a) und (b) eindeutig bestimmt ist. Ermittle diese Summe.

5) Drei Pumpen A, B und C arbeiten mit unterschiedlicher Leistung. Bei gleichzeitigem Einsatz füllen sie ein Wasserbecken W in genau einer Stunde.
Eines Morgens werden die drei Pumpen um 8.00 Uhr in Betrieb gesetzt; um 8.30 Uhr wird Pumpe A abgeschaltet. Es dauert nun bis 9.20 Uhr, bis die Pumpen B und C gemeinsam das Becken W vollständig gefüllt haben.
Am folgenden Tag soll das Becken W nur durch Pumpe A gefüllt werden.
Wie lange dauert das?

Letzter Einsendetermin: 2. Februar 2019

An: Dr. Axel Schüler, Hauptmannstraße 3, 04109 Leipzig