

## Korrespondenzzirkel Klasse 6 - Serie 2

Liebe Schülerinnen und Schüler,

in diesem Brief erhaltet ihr die Musterlösung zur ersten Serie gemeinsam mit euren korrigierten Lösungen und die zweite Aufgabenserie. Die Musterlösung zeigt einen *möglichen* Lösungsweg. Euer Weg kann genauso richtig sein, auch wenn er nicht exakt der Musterlösung entspricht.

Außerdem möchte ich euch an unser Treffen am 27.10. in Raum (P-702) erinnern und das zweite Treffen am 8.12. ankündigen. Wir treffen uns jeweils kurz vor 10 Uhr im Augusteum der Uni Leipzig am Augustusplatz. Die Termine und Orte stehen auch auf der Webseite des Zirkels, <http://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.18.5-K>.

### Aufgabe 1 - Abzählkombinatorik

Beim Brettspiel „Die Siedler von Catan“ gibt es verschiedene Landschaften, auf denen Zahlenplättchen mit Zahlen zwischen zwei und zwölf liegen. Die sieben kommt nicht vor. Am Anfang jedes Zuges wird mit zwei Würfeln gewürfelt und alle, die an eine Landschaft angrenzen, deren Nummer die Summe der beiden Würfel ist, bekommen einen entsprechenden Rohstoff.

- Welche Zahlenplättchen werden bei dem Spiel am beliebtesten sein, welche am unbeliebtesten?
- Wie viel wahrscheinlicher ist es, eine sechs zu würfeln als eine zwölf (als Summe der Würfel)?
- Ihr könnt eure neue Siedlung an eine acht, drei und zehn angrenzend bauen oder an eine vier, fünf, und neun. Wo sind die Aussichten auf Rohstoffe höher?

Hinweis: Die Wahrscheinlichkeit, eine Zahl  $x$  zu würfeln, berechnet sich aus der Anzahl der Kombinationen, die die Zahl  $x$  ergeben, geteilt durch die Anzahl aller möglicher Kombinationen.

### Aufgabe 2 - Umkreis

Beweise, dass jedes Dreieck einen Umkreis hat. Dazu genügt es, eine Konstruktionsbeschreibung anzugeben und zu zeigen, dass sie für jedes Dreieck möglich ist und funktioniert.

### Aufgabe 3 - Zahlentheorie

- Finde alle ganzzahligen Lösungen des Gleichungssystems:  $x^2 + x \cdot y = 24$  und  $y^2 + x \cdot y = 12$ .
- Gibt es zwei Primzahlen, deren Differenz genau 17 beträgt? Wie sieht es für 19 aus?
- Was ist größer:  $10^{20}$  oder  $20! = 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot \dots \cdot 1$ ?

### Aufgabe 4 - Fakultäten und Gaußklammern

Die Fakultät einer natürlichen Zahl  $n$  ist definiert als das Produkt aller ganzen Zahlen von eins bis  $n$ , beispielsweise  $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$  ist die Fakultät von drei. Eine Gaußklammer ordnet einer (reellen) Zahl  $r$  die größte ganze Zahl zu, die kleiner oder gleich  $r$  ist, zum Beispiel  $[2.4] = 2$ . Das Ziel dieser Aufgabe ist es, eine Formel für die Anzahl der Faktoren einer Primzahl  $p$  in der Fakultät einer natürlichen Zahl  $n$  zu finden.

- Wie viele durch 2 teilbare Zahlen sind kleiner oder gleich  $n$ ? Wie sieht das für eine beliebige Primzahl  $p$  statt 2 und für  $p^2$  aus?
- Berechne die Anzahl der Faktoren  $p$  in  $n!$ . Wende die Formel auf  $n = 100$  und  $p = 7$  an.

Die Lösungen zu dieser Aufgabenserie schickt ihr bitte bis zum **12. November** zusammen mit einem **an euch adressierten und frankierten Rückumschlag** an:

Arne Wolf  
Moosstraße 66  
85356 Freising.

Falls ihr Fragen oder Fehler in den Aufgaben oder der Musterlösung gefunden habt, könnt ihr mir gern eine Email an [ac.wolf97@gmail.com](mailto:ac.wolf97@gmail.com) schreiben. Viel Spaß beim Knobeln!

Arne