Korrespondenzzirkel Mathematik Klasse 6, 2017/2018
1.Serie

Aufgabe 1: Ein Paar (p, q) von Primzahlen heißt „Primzahlzwilling", wenn $q - p = 2$ gilt. So ist z. B. $(11, 13)$ ein Primzahlzwilling.
a) Gib drei weitere Primzahlzwillinge an!
b) Warum muss die Summe $p + q$ der einzelnen Primzahlen bei allen Primzahlzwillingen immer durch 4 teilbar sein?
c) Beweise, dass die Summe $p + q$ sogar immer durch 12 teilbar ist, wenn p und q größer als 3 sind!
d) Drei Primzahlen p, q und r heißen „Primzahldrilling", wenn $r - q = q - p = 2$ gilt. Zeige, dass $(3, 5, 7)$ der einzige Primzahldrilling ist!

Aufgabe 2: Eine altrömische Aufgabe aus dem 2. Jahrhundert lautet:
Ein Sterbender spricht: „Wenn meine Frau einen Sohn gebiert, so soll ihm 2/3 des Erbes gehören und ihr 1/3. Wenn aber eine Tochter geboren wird, so sei 1/3 des Erbes ihr und 2/3 meiner Frau."
Es wurden Zwillinge geboren, ein Sohn und eine Tochter. Welche Aufteilung des Erbes wird dem Vermächtnis des Verstorbenen am besten gerecht?

Aufgabe 3: Von einem Viereck $ABCD$ sei folgendes bekannt:

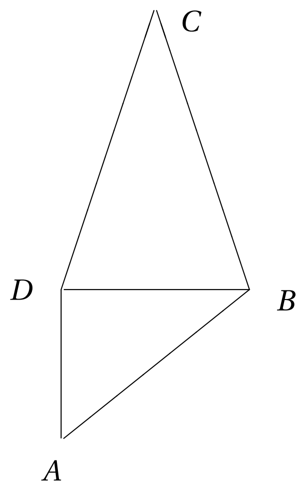
(1) Die Seite $\overline{AB}$ ist 8 cm lang.

(2) Es gilt $\overline{AD} = \overline{BD}$.

(3) Es gilt $\overline{BC} = \overline{CD}$.

(4) Der Winkel $\angle ADB$ hat die Größe 90°.

(Die Abbildung ist nicht maßstabsgerecht.)



a) Welche Länge hat der Umfang des Dreiecks BCD, wenn der Umfang des Vierecks $ABCD$ 20 cm beträgt?
b) Welchen Flächeninhalt besitzt das Viereck $ABCD$, wenn der Winkel $\angle BCD$ ein rechter ist?
c) Zeichne in das Viereck die Diagonale $\overline{AC}$ ein. Kannst Du nun die entstandene Figur ohne abzusetzen in einem Zuge zeichnen (ohne eine Strecke doppelt zu durchlaufen)? Begründe!

Aufgabe 4: Beim Schachspiel dürfen die Türme auf den 64 Feldern des Schachbretts nur senkrecht oder waagerecht bewegt (gezogen) werden. Stehen zwei Türme in derselben Reihe, so kann der eine den anderen schlagen.
a) Nummeriere die 64 Felder des Schachbretts fortlaufend von 1 bis 64 durch, das heißt, die erste Waagerechte von 1 bis 8, die zweite Waagerechte von 9 bis 16 usw. Stelle anschließend 8 Türme so auf das Spielfeld, dass sie einander nicht schlagen können. Berechne nun die Summe aller Zahlen, die auf den von den Türmen besetzten Feldern stehen! Wie groß ist diese Summe?
b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, auf dem Schachbrett 8 Türme so aufzustellen, dass sie einander nicht schlagen können?
c) Beweise, dass bei allen diesen Möglichkeiten, die in Aufgabe a) ermittelte Summe stets dieselbe ist!

Absendetermin: **29.09.2017**

Dr. Axel Schüler
Hauptmannstraße 3
04109 Leipzig