

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 8

2016/17

Serie 7

1) Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung auf graphischem Wege.

$$\left[\frac{3x + 10}{6} \right] = \frac{5x + 3}{7}$$

Dabei bezeichnet $[u]$ den ganzzahligen Teil von u . (6 P)

[Wiederhole im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 4.2. (Funktionen und ihre Graphen) und den Abschnitt 4.3. (Zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen) und in „Regeln“ auf S.15 die Regel (5).]

2) Sei ABCD ein Trapez mit $AB \parallel CD$ und $AC \perp BD$.

Beweise, dass dann stets $\overline{AC}^2 + \overline{BD}^2 = (\overline{AB} + \overline{CD})^2$ gilt.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (6 P)

[Versuche, einen Hilfspunkt und Hilfslinien so einzuführen, dass ein für den Beweis günstiges rechtwinkliges Dreieck entsteht. Lies in „Einige grundlegende planimetrische Sätze“ den Abschnitt I ve.]

3) Mechthild hat sich ein Zahlenrätsel ausgedacht. Sie sagt zu Karl:

„Denke dir drei aufeinander folgende natürliche Zahlen, die alle kleiner als 51 sind und bilde deren Summe.

Addiere zu dieser Summe eine durch 3 teilbare Zahl, die kleiner als 150 ist.

Multipliziere das Ergebnis mit 67.

Wenn du mir nun die durch 3 teilbare Zahl und von dem Endergebnis die beiden letzten Ziffern (mit Stellenangabe) nennst, dann kann ich dir sagen, welche drei Zahlen du dir gedacht hast.“

a) Wie kann man aus diesen Angaben die gedachten Zahlen ermitteln?

b) Begründe die angegebene Vorgehensweise.

(6 P)

4) Beweise folgende Sätze:

(a) Wenn $a, b > 0$ und $a + b = 1$, dann $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$.

(b) Wenn $a, b, c > 0$ und $a + b + c = 1$, dann $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$.

Unter welchen Bedingungen gilt das Gleichheitszeichen?

Formuliere eine Verallgemeinerung dieser Sätze. (6 P)

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 4.1. und in „Regeln“ auf S.14 die Regeln (2.2.1), (2.1) und (2.2).]

5) Mutter stellt fünf frische Pfannkuchen auf den Kaffeetisch. Drei davon sind mit Pflaumenmus und die anderen mit leckerer Erdbeerkonfitüre gefüllt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Klaus, der kleine Vielfraß, beim Verzehr von zwei Pfannkuchen mindestens einen mit Erdbeerkonfitüre gefüllten erwischt?

(6 P)

Letzter Einsendetermin: