

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

Aufgaben

Klasse 8

2016/17

Serie 1

1)

a) Beweise mit Hilfe des Schubfachprinzips, dass es unter 50 ganzen Zahlen stets mindestens zwei gibt, deren Differenz durch 49 teilbar ist. (2 P)

b) Eine Schießscheibe habe die Form eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 4. Ein Schütze schießt 20-mal auf diese Scheibe, trifft aber nur genau 17 mal.

Unter den 17 Einschusslöchern gibt es mindestens zwei, deren Abstand nicht größer ist als der Abstand zweier beliebiger anderer Einschusslöcher.

Beweise, dass dieser minimale Abstand immer kleiner oder gleich 1 ist. Verwende das Schubfachprinzip. (4 P)

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 1.1. (Das Dirichletsche Schubfachprinzip).]

2) Beweise, dass für alle reellen Zahlen a, b gilt:

Wenn $a > b > 0$, dann
$$\frac{-3a^2 + 3ab + b}{ab - b^2} \geq \frac{2b\sqrt{ab} - 3a^3 + 3ab^2}{(a^2 - b^2)b}. \quad (6P)$$

[Lies dazu im „Arbeitsmaterial Kl.8“ den Abschnitt 4.1., im „Arbeitsmaterial Kl.7“ den Abschnitt 4.3. und in „Regeln“ auf S.14 die Regeln (1), (2.2.1), (2.2), (2.1).]

3) Beweise folgenden Satz:

Wenn man eine Primzahl durch 24 dividiert, dann ist der Rest entweder 1 oder eine Primzahl.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (6P)

[Lies dazu in „Regeln“ auf S.11 die Regeln (1), (2.1), (2.2) im Abschnitt „Regeln zum Lösen zahlentheoretischer Beweisaufgaben.“]

4) Gegeben sei ein regelmäßiges Fünfeck $ABCDE$ mit einer beliebigen Diagonalen.

Beweise, dass diese Diagonale zu einer der Seiten des Fünfecks parallel ist.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

(*Hinweis:* Ein Fünfeck heißt genau dann regelmäßig, wenn alle seine Seiten gleich lang und alle seine Winkel gleich groß sind.) (6P)

[Wiederhole in „Sätze“ die Abschnitte II (Winkel), IVa (Gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke) und V (Vierecke).]

5) Von Lew Nikolajewitsch Tolstoi (1828 bis 1910), einem bedeutenden russischen Schriftsteller, stammt folgende Aufgabe:

Schnitter sollen zwei Wiesen mähen. Am Morgen begannen alle, die größere Wiese zu mähen. Vom Mittag dieses Tages an teilten sie jedoch die Arbeit anders ein: Die Hälfte der Schnitter verblieb beim Mähen der ersten Wiese, die sie bis zum Abend fertig mähten. Die anderen Schnitter gingen zum Mähen der zweiten Wiese über, deren Flächeninhalt gleich dem der Hälfte der ersten war und arbeiteten bis zum Abend. Nun blieb auf der zweiten Wiese ein Rest, für den ein Schnitter allein einen ganzen Tag benötigte.

Wie viele Schnitter waren am ersten Tag bei der Arbeit?

(*Hinweis:* Es sei vorausgesetzt, dass jeder Schnitter an jedem Vormittag eine gleichgroße Fläche wie an jedem Nachmittag mäht und dass diese Arbeitsleistung aller Schnitter die gleiche ist.) (6 P)

Mit dieser Sendung erhältst du das „**Arbeitsmaterial für Korrespondenzzirkel Mathematik - Klasse 8**“ (kurz „*Arbeitsmaterial*“ genannt) zugeschickt. Es ist auch noch für den Gebrauch in höheren Klassenstufen des Korrespondenzzirkels bestimmt. Über seine Verwendung erhältst du laufend Hinweise.

Auf das im Korrespondenzzirkel Klasse 7 verwendete Material werden wir zurückgreifen („*Arbeitsmaterial Kl.7*“, „*Regeln*“, „*Sätze*“, „*Beweismittel*“ und „*Geometrische Örter*“).

Es ist nicht zu erwarten, dass du alles schon beim ersten Durchlesen voll begreifst, völlige Klarheit dürfte sich erst nach längerer Zeit und bei mehrfachem Durcharbeiten einstellen. In den vier Konsultationen zum Korrespondenzzirkel kannst du diesbezügliche Fragen stellen und hier wird auch gezeigt, wie man derartiges Material zweckmäßig erarbeiten kann.

Nimm dir Zeit, den erarbeiteten Stoff laufend und am Ende des Schuljahrs im Zusammenhang zu wiederholen!

Solltest du zu den Teilnehmern des Spezialistenlagers gehören, das in der 1. Woche der Sommerferien nach Klasse 8 stattfindet, dann kannst du auch dort entsprechende Fragen stellen und wirst weitere Erläuterungen zur Arbeit mit diesem Material erhalten.

Wir wünschen dir viel Freude und Erfolg bei der Arbeit!

Letzter Einsendetermin: