

KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 7

2016/17

Serie 5

1) Gegeben sei ein Dreieck ABC mit den Mittelpunkten K, M der Seiten \overline{AB} bzw. \overline{AC} . Ferner sei ein Punkt D so gegeben, dass die Strecke \overline{AB} die Strecke \overline{CD} halbiert. Der Mittelpunkt von \overline{CD} heiße S , der Mittelpunkt von \overline{BD} heiße N und es gelte $K \neq S$.

Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen die Strecken \overline{MN} und \overline{KS} einander stets halbieren. Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (6 P)

[Lies dazu in „Sätze“ den Abschnitt V (Vierecke, Satz Z3) und den Abschnitt IVb (Seiten und Winkel im Dreieck, Satz S6); hier führt Rckwrtsarbeiten zu einem Satz über Vierecke als günstiges Hilfsmittel.]

2) Ermittle die Einerziffer der folgenden Summe, ohne dafür einen Taschenrechner zu verwenden:

$$s = 27^9 + 54^{18} + 25^5 + 36^{11}. \quad (6 \text{ P})$$

[Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3. (Das Rechnen mit Kongruenzen).]

3) Weise nach, dass für alle Primzahlen p der Wert des Terms $T(p) = p^2 + 2$ genau einmal gleich einer Primzahl ist. (6 P)

[Hinweis: Ermittle für die ersten fünf Primzahlen p den Wert des Terms $T(p)$. uere eine Vermutung über eine Teilbarkeitseigenschaft von $T(p)$, falls $T(p)$ keine Primzahl ist. Beweise diese Vermutung und stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.]

4) Klaus, Jens und Gisela sind Geschwister. Vor drei Jahren war Klaus dreimal so alt und Jens doppelt so alt wie Gisela vor drei Jahren war.

Wie alt sind die Geschwister, wenn die Summe aus den Zahlen ihrer Lebensalter 27 beträgt?

Mache eine Probe am Text. (6 P)

5) Das rechteckige Becken eines Schwimmbades ist 25 m lang, 12,5 m breit und hat senkrechte Wände. An den kurzen Seiten ist es 1 m bzw. 3,5 m tief (d.h. der ebene Boden verläuft nicht waagrecht). Über Nacht soll das Becken abgelassen und wieder mit frischem Wasser gefüllt werden. Durch den Abfluss bzw. Zufluss können jeweils 40 Liter Wasser pro Sekunde abfließen bzw. zufließen.

Wie lange muss eine zusätzlich zum Abpumpen eingeschaltete Pumpe mit einer Leistung von 15 l/s arbeiten, damit der Wasserwechsel nach 10 Stunden abgeschlossen ist, und dass nach dem Ablassen des Wassers 1 Stunde Zeit zum Säubern bleibt?

(6 P)

[Lies dazu in „Regeln“ auf S.16 die Regeln (1), (2.2) und (3).]

Letzter Einsendetermin: