

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2015 / 2016

Klasse 7, Serie 1

Sascha Wolf s.wolf52@gmx.de (0171) 1196219

Liebe Schüler,

ich begrüße euch herzlich zum Korrespondenzzirkel Mathematik der Leipziger Schülergesellschaft für Mathematik! Von nun an werdet ihr von mir einmal im Monat einen Brief mit kleinen und größeren mathematischen Problemen bekommen. Ihr habt dann Zeit, euch mit den Aufgaben zu beschäftigen und eine Lösung zu finden. Diese Lösungen schickt ihr mir, ich korrigiere sie und sende sie euch mit der nächsten Aufgabenserie zurück.

Außerdem werden wir uns viermal treffen, um etwas intensiver an einem bestimmten Thema zu arbeiten.

Nun noch einige Anmerkungen zu den Aufgaben:

- Die Aufgaben sind dafür gedacht, innerhalb eines Monats gelöst zu werden – nicht an einem Tag. Ihr werdet nicht für alle Fragen sofort eine Idee haben. Deshalb solltet ihr die Aufgaben auch nicht am Stück lösen – am nächsten Tag fällt euch die Lösung einer schwierigen Aufgabe einfacher.
- Niemand erwartet von euch, dass ihr immer zu allen Aufgaben eine Lösung haben müsst. Für viele Aufgaben braucht man die richtige „Idee“ – und wenn man die nicht findet, kann man die Aufgabe wahrscheinlich nicht lösen. Es ist also nicht schlimm, wenn ihr nur einen Teil einer Aufgabe gelöst habt. Aber auch, wenn euer Lösungsweg nicht zum Ziel geführt hat, könnt ihr ihn abgeben, denn Punkte gibt es hier nicht auf die richtige Lösung, sondern darauf, wie ihr dahin gekommen seid.
- Vor allem sollen euch die Aufgaben Freude bereiten (die Lösung einer schwierigen Aufgabe gefunden zu haben, ist ein tolles Gefühl!), ihr sollt aber auch ein Gefühl dafür bekommen, was Mathematik eigentlich ist – denn Mathe ist mehr als das, was in der Schule unterrichtet wird.

Du erhältst mit den Aufgaben der Serie 1 folgende **Materialien** zugesandt:

1. „Arbeitsmaterial für Korrespondenzzirkel Mathematik, Klasse 7“ (20 Seiten)

2. „Einige Regeln zum Lösen problemhafter Aufgaben“ (12 Seiten)
3. „Einige grundlegende planimetrische Sätze“ (8 Seiten)
4. „Beweismittel zum Beweisen planimetrischer Sätze“ (4 Seiten)
5. „Einige geometrische Örter“ (1 Seite)

Diese Materialien sind auch noch für den Gebrauch in höheren Klassenstufen bestimmt. Bezüglich der Verwendung dieser Materialien erhaltet ihr laufend Hinweise.

Es ist nicht zu erwarten, dass ihr alles schon beim ersten Durchlesen voll versteht; völlige Klarheit dürfte sich erst nach längerer Zeit und bei mehrfachem Durcharbeiten einstellen. In den vier Treffen zum Korrespondenzzirkel könnt ihr diesbezüglich Fragen stellen und hier wird auch gezeigt, wie man derartiges Material zweckmäßig erarbeiten kann.

Nehmt euch Zeit, den erarbeiteten Stoff laufend und am Ende des Schuljahrs im Zusammenhang zu wiederholen!

Ich wünsche euch viel Spaß beim Knobeln!

Sascha

Aufgabe 1

(6 Punkte)

In einem Quadrat $ABCD$ seien M bzw. N die Mittelpunkte der Seiten \overline{BC} bzw. \overline{CD} . Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen die Behauptung $\sphericalangle NMA = \sphericalangle ANM$ abgeleitet werden kann. Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.4 (Das Beweisen von Sätzen), in „Regeln“ auf Seite 6 die Regeln (1), (2.1) und (2.2) sowie in „Sätze“ auf Seite 3 den Abschnitt IVa (Gleichschenklige und gleichseitige Dreiecke) sowie auf Seite 4 den Abschnitt IVc (Kongruenz von Dreiecken).

Aufgabe 2

(6 Punkte)

Gegeben sei ein Quadrat $ABCD$ mit der Seitenlänge s . Eine Parallele zu AB schneide \overline{BC} bzw. \overline{AD} in den Punkten E bzw. F , eine Parallele zu BC schneide \overline{AB} bzw. \overline{EF} in G bzw. H und eine Parallele zu AB schneide \overline{BE} bzw. \overline{GH} in K bzw. L . Ermittle den Umfang des Rechtecks $LKEH$ in Abhängigkeit von s unter der Bedingung, dass die Rechtecke $AGHF$, $GBKL$, $LKEH$ und $FECD$ untereinander flächeninhaltsgleich sind.

Lies dazu in „Regeln“ auf Seite 7 die Regeln (1), (2.1) und (2.2).

Aufgabe 3

(6 Punkte)

Beweise, dass für alle natürlichen Zahlen a, b, c gilt:

Wenn a sowohl b als auch c teilt, dann ist a auch ein Teiler der Summe $(b + c)$.

Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.2 (Teilbarkeitslehre) und in „Regeln“ auf Seite 11 die Regeln (1), (2.1) und (2.2).

Aufgabe 4

(6 Punkte)

In einer Klasse werden die Fächer Mathematik, Physik, Chemie, Biologie, Deutsch und Geschichte von den Lehrern Altmann, Brendel und Clausner erteilt. Jeder dieser Lehrer unterrichtet genau zwei dieser Fächer, und keine zwei dieser Lehrer unterrichten dasselbe Fach. Es sei folgendes bekannt:

1. Der Chemielehrer wohnt in demselben Haus wie der Mathematiklehrer, beide gehen oft gemeinsam nach Hause.
2. Herr Altmann ist von den drei Lehrern der jüngste.
3. Der Mathematiklehrer und Herr Clausner spielen oft Schach miteinander.
4. Der Physiklehrer ist älter als der Biologielehrer, aber jünger als Herr Brendel.
5. Der älteste der drei Lehrer hat einen längeren Heimweg als die beiden anderen.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben eindeutig ermitteln lässt, welche Fächer jeder der drei Lehrer unterrichtet. Gib diese Zuordnung zwischen Lehrern und Fächern an.

Lies dazu in „Regeln“ auf Seite 13 die Regeln (1) und (1.2).

Aufgabe 5

(6 Punkte)

Ein Bus soll um 16 Uhr den Zielort seiner Fahrt erreichen. Bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 50 km/h hätte er sein Ziel pünktlich erreicht. Aufgrund ungünstiger Verkehrsverhältnisse konnte er jedoch nur mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 30 km/h fahren und kam deshalb erst 16:10 Uhr am Zielort an.

- a) Berechne die Länge des Weges, den der Bus bis zum Zielort zurückgelegt hat.
- b) Berechne die Zeit, die der Bus für diesen Weg benötigte.

Lies dazu in „Regeln“ auf Seite 16 die Regeln (1) und (3).

Mache dir klar, dass du beim Lösen der geometrischen Beweisaufgabe 1), der geometrischen Bestimmungsaufgabe 2) und der zahlentheoretischen Beweisaufgabe 3) im Prinzip stets die gleichen Regeln verwendet hast. Lies dazu in „Regeln“ die ersten beiden Seiten.

Stelle die Lösungen der Aufgaben 1), 2), 3) und 4) in Form eines Beweisschemas dar!

Mache dich mit den Begriffen „Vorwärtsarbeiten“ und „Rückwärtsarbeiten“ vertraut. Beachte die Gemeinsamkeiten und die Unterschiede zwischen Beweisaufgaben und Bestimmungsaufgaben.

Organisatorisches

Bitte sendet die Lösungen bis zum **17. Oktober 2016** an die folgende Adresse

Sascha Wolf
Zimmer 43
Graupenstraße 1A
38678 Clausthal-Zellerfeld

oder per E-Mail an s.wolf52@gmx.de.