

Korrespondenzzirkel der LSGM 2015/2016

Serie 5-3

Aufgabe 1 - Vögel

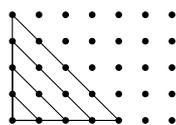
Moritz erzählt Lena von seinem Frühlingsspaziergang. Er beginnt: „Ich war heute an einem schönen Ort, an dem ich drei sehr kräftige und alte Bäume, zwei Buchen und einen Nussbaum, gesehen habe. Ich habe sie lange angesehen. Die eine der beiden Buchen hatte einen faszinierend dicken Stamm, die andere Buche sah so aus, als ob man auf ihr gut klettern kann. Es waren viele Vögel in den drei Bäumen, ich konnte sie gut beobachten und sogar zählen. Es waren insgesamt 56 Vögel! Nach einer gewissen Zeit sind von der Buche mit dem dicken Stamm sieben Vögel auf den Nussbaum geflogen. Von dort sind dann fünf Vögel auf die Kletterbuche geflogen.“

Als Lena ihn fragt, wie viele Vögel denn auf welchem Baum saßen, schmunzelt Moritz und antwortet: „Ich gebe dir ein paar Infos, dann kannst es herausfinden. Also: Nachdem die sieben Vögel auf den Nussbaum und von dort fünf Vögel auf die Kletterbuche geflogen sind, war die Verteilung der Vögel folgende:“ Moritz überlegt einen Moment, bevor er weiterspricht: „Auf dem Nussbaum saßen dann doppelt so viele Vögel, wie auf der dicken Buche und auf der Kletterbuche saßen doppelt so viele wie auf dem Nussbaum.“

Nachdem Moritz das gesagt hat, schweigen er und Lena. Während er weiterhin schmunzelt, denkt Lena nach.

- Bestimme zuerst, wie die Verteilung der Vögel auf den Bäumen am Ende war!
- Rechne nun aus, wie die Verteilung der Vögel war, als Moritz bei den Bäumen angekommen ist.
- Gib für beide Fälle an, ob die Lösung eindeutig ist. Bei (c) genügt eine Antwort ohne Begründung.

Skizze der ersten vier Dreiecke



(zu: Aufgabe 2 - Das Gitter)

Aufgabe 2 - Das Gitter

Nimm dir ein kariertes Blatt Papier und stelle dir vor, dass an jeder Kreuzung von zwei Linien ein Punkt gezeichnet ist. Stelle dir jetzt vor, das Papier ist beliebig groß.

Betrachte nun die Skizze. Stelle dir nach diesem Muster ein Dreieck vor, das eine Seitenlänge von 50 Punkten hat.

- (a) Wie viele Punkte liegen auf dem Rand des Dreiecks?
- (b) Wie viele Punkte liegen im Inneren des Dreiecks?

Gehe beim Beantworten der Fragen so vor, wie in Aufgabe 2 der letzten Serie.

Aufgabe 3 - Die gesuchte Zahl

Wir suchen eine natürliche Zahl z , die folgende Eigenschaften erfüllt:

- (1) Alle Ziffern von z sind verschieden.
- (2) Keine Ziffer von z ist größer als 6.
- (3) Es gilt $300 \leq z \leq 900$.
- (4) Es gilt $z_2 = 2 \cdot z_1$. (Die Zehnerziffer ist also doppelt so groß wie die Hunderterziffer.)

- (a) Gib die Lösungsmenge an und stelle dadurch fest, ob es eine eindeutige Lösung gibt.
- (b) Falls die Lösung nicht eindeutig ist, gib eine zusätzliche Bedingung an, sodass dann die Lösung eindeutig ist.
- (c) Falls es eine (oder mehrere) Lösung(en) gibt, gib eine zusätzliche Bedingung an, sodass es dann keine Lösung mehr gibt.

Aufgabe 4 - Magische Quadrate

Ein magisches Quadrat ist eine quadratische Anordnung von natürlichen Zahlen. Man sagt, ein magisches Quadrat hat die Ordnung n , wenn das Quadrat n Zeilen und n Spalten besitzt. In einem magischen Quadrat der Ordnung n kommt jede der Zahlen zwischen 1 und $n \cdot n$ genau einmal vor. Ein Quadrat heißt magisch, wenn jede Zeile, jede Spalte und jede der beiden Diagonalen dieselbe Summe liefert. Diese Summe nennt man magische Summe und wird mit s bezeichnet.

- (a) Prüfe nach, ob das nachfolgende Quadrat ein magisches Quadrat ist. Prüfe zuerst, ob jede der Zahlen 1 bis 16 genau einmal vorkommt und bestimme dann die Summe von jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonalen. Wenn die Summe hierbei immer dieselbe ist, ist es ein magisches Quadrat und die Summe ist die magische Summe s .

1	8	11	14
12	13	2	7
6	3	16	9
15	10	5	4

- (b) Untersuche ob die folgenden Quadrate zu magischen Quadraten ergänzt werden können. Wenn ja, vervollständige zu einem magischen Quadrat. Wenn nein, mache deutlich, weshalb es nicht klappen kann. Begründe in jedem Fall die Antwort.

(b.1)

16	3		13
5	10		
		7	
		14	1

(b.2)

16			15
	15		8
5		2	
4			1

(b.3)

16	1		13
5	10		
		7	
		14	8

(b.4)

16	3		13
5	10		
		7	
		17	1

- (c) Finde ein magisches Quadrat der Ordnung 3.
 (d) Wie groß ist s bei einem magischen Quadrat der Ordnung 5? Begründe!
 (e) ***Zusatzaufgabe:** Finde ein magisches Quadrat der Ordnung 5.

Abgabe der Lösungen bis Montag, 9. Mai 2016 an:

Gabriel Schindler
 Emilienstraße 8
 04107 Leipzig

oder

gab.schindler@gmail.com