

# KORRESPONDENZZIRKEL MATHEMATIK

Freistaat Sachsen

A u f g a b e n

Klasse 7

2015/16

Serie 5

---

1) a) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$ . Bei Division durch 7 lässt  $a$  den Rest 5 und  $b$  lässt den Rest 3.

Welchen Rest lässt dann die Summe der Quadrate dieser Zahlen bei Division durch 7?

b) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$ . Bei Division durch 24 lässt  $a$  den Rest 7 und  $b$  lässt den Rest 5.

Durch welche natürlichen Zahlen ist dann  $a^2 - b^2$  stets teilbar? (6 P)

[Verwende das Rechnen mit Kongruenzen als Hilfsmittel.]

2) Von dem Diagonalschnittpunkt  $M$  eines Rhombus  $ABCD$  werden die Lote auf die Seiten gefällt.

a) Beweise, dass die Fußpunkte dieser Lote ein Rechteck bilden.

b) In welchem Fall bilden die Lotfußpunkte ein Quadrat?

Beweise deine Vermutung und stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar. (6 P)

[Lies dazu in „Sätze“ auf S.5 den Abschnitt V. (Vierecke).]

3) a) Was lässt sich über das Produkt von vier beliebigen natürlichen Zahlen sagen, wenn die Summe aus diesen Zahlen eine ungerade Zahl ist?

Finde eine Vermutung und beweise diese Vermutung. Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

b) Suche nach einer wahren Verallgemeinerung des gefundenen Satzes, indem du die Voraussetzung, dass es sich um vier natürliche Zahlen handelt, geeignet abschwächst. (6 P)

[Lies dazu im "Arbeitsmaterial" den Abschnitt 1.2.3. (Verallgemeinern und Spezialisieren von Sätzen).]

4) Berechne und vereinfache so weit wie möglich. Versuche vor allem, vorkommende Summen oder Differenzen in Faktoren zu zerlegen, um dann kürzen zu können. Das Auflösen der Klammern führt hier nicht zum Ziel. Achte dabei auf Rechenvorteile.

a) 
$$\frac{(7a + 7b)(6a^2 - 6b^2)}{(3a^2 + 6ab + 3b^2)(14a - 14b)} = \dots\dots\dots$$

b) 
$$\left( \frac{x+y}{2x-3y} - \frac{x+y}{2x+3y} \right) : \frac{3x^2-3y^2}{4x^2-9y^2} = \dots\dots\dots$$

(6 P)

[Lies dazu im "Arbeitsmaterial" im Abschnitt 4.3. (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) den „Satz“, den „Beweis“ und die „Beispiele“. Beachte dabei vor allem das Umwandeln von Summen in Produkte durch Ausklammern und Anwenden der binomischen Formeln.]

5) Es seien  $x$  und  $y$  zwei rationale Zahlen. Verkleinert man  $x$  auf 75%, dann erhält man 225. Vergrößert man  $y$  um 20% , dann erhält man ebenfalls 225.

a) Berechne  $x$  und  $y$ .

b) Wie viel Prozent beträgt  $y$  von  $x$ ?

c) Um wie viel Prozent muss man  $y$  vergrößern, so dass  $x = y$  gilt?

d) Auf wie viel Prozent muss man  $x$  verkleinern, so dass  $x + y = 225$  gilt? (6 P)

---

**Letzter Einsendetermin:**