

LSGM Korrespondenzzirkel

Klasse 8 - Serie 3

Abgabe bis 31.12.2014

Aufgabe 1 (2+4)

Die Personen A und B spielen folgendes Spiel: Es gibt genau n Karten, die jeweils einen gewissen Wert j haben ($j \in \{1, \dots, n\}$). Zwei verschiedene Karten haben auch verschiedene Werte. Person A beginnt und zieht eine Karte. Daraufhin darf Person B, welche als nächstes am Zug ist, nur eine der Karten ziehen, deren Wert entweder ein Vielfaches oder ein Teiler des Kartenwertes von A ist. Anschließend zieht man immer abwechselnd nach dem gleichen Vorgang.

a) Welche Karte muss Person A am Anfang wählen, um sicher zu gewinnen?

Sei $n = 10$. Nun wird zusätzlich festgelegt, dass die erste Karte von Person A gerade sein muss.

b) Für welche Karten, die Person A zuerst zieht, gibt es eine Gewinnstrategie für A bzw. B?

Aufgabe 2 (1+2+2)

Man betrachte folgende Arten von Sternen: Sei $n \geq 3$. Über jede Seite eines regelmäßigen n -Ecks mit Seitenlänge 1 werden gleichseitige Dreiecke angelegt. Damit erhält man einen n -zackigen Stern.

a) Berechne den Umfang eines solchen n -zackigen Sterns.

b) Wie groß ist der Winkel an einer Sternzacke und was ist damit die Innenwinkelsumme des n -zackigen Sterns?

c) Berechne den Flächeninhalt eines 6-zackigen Sterns.

Aufgabe 3 (4)

Bestimme alle $n, k \in \mathbb{N}$, für die gilt: $n^2 + k^2 - 3 = 4n + 8k + 2nk$.

Aufgabe 4 (1+3+1)

Für jede positive rationale Zahl r gibt es zwei natürliche Zahlen a, b mit $r = \frac{a}{b}$ und $\text{ggT}(a, b) = 1$.

- a) Sind a und b für jedes r eindeutig bestimmt? Begründe.
- b) Es sei $a, b \in \mathbb{N}$ und $a^2 = 3b^2$. Zeige, dass dann gilt: $\text{ggT}(a, b) > 1$.
- c) Schlussfolgere daraus, dass $\sqrt{3}$ keine rationale Zahl ist.