

Korrespondenzzirkel der LSGM 2014/15

Klasse 7, Serie 3

Aufgabe 1 Zu konstruieren sind alle Dreiecke ABC , die folgende Bedingungen erfüllen:

(a) $\overline{AB} = c = 6 \text{ cm}$,

(b) $\angle CBA = \beta = 60^\circ$,

(d) Die Strecke \overline{AW} ist die Winkelhalbierende des Innenwinkels $\angle BAC$; W liegt auf der Strecke \overline{BC} .

(c) $\overline{AW} = 5,5 \text{ cm}$

a) Gib eine Konstruktionsbeschreibung an.

b) Fertige eine Konstruktionszeichnung an.

c) Beweise, dass eine Konstruktion nach deiner Beschreibung tatsächlich auf ein Dreieck ABC führt, das die Bedingungen (a) bis (d) erfüllt.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben) sowie in „Regeln“ auf den Seiten 9 und 10 die Regeln (1) und (3.1).

Aufgabe 2 Gegeben seien zwei natürliche Zahlen r und s , die bei der Division durch 5 beide den Rest 3 lassen.

a) Beweise, dass das Produkt dieser beiden Zahlen bei Division durch 5 den Rest 4 lässt.

b) Welchen Rest lässt die Summe der beiden Zahlen bei Division durch 5? Beweise deine Vermutung.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.2 (Teilbarkeitslehre) und lies in „Regeln“ auf Seite 11 die Regel (5).

Aufgabe 3 Wir betrachten ein Dreieck ABC und Punkte D , M und P , die folgende Voraussetzungen erfüllen:

V_1 : Der Punkt M ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks ABC und er liegt auf der Strecke \overline{AB} .

V_2 : Die Geraden AB und CM stehen senkrecht aufeinander.

V_3 : Der Punkt D liegt auf dem Umkreis des Dreiecks ABC und zwar auf

dem kürzeren Bogen von A nach C , sodass der Winkel $\angle MDB$ eine Größe von 15° hat.

V_4 : Der Punkt P liegt auf der Strecke \overline{MC} , und die Geraden AB und DP sind parallel zueinander.

a) Beweise, dass das Dreieck MDC gleichseitig ist.

b) Berechne die Länge der Strecke PC in Abhängigkeit von der Länge c der Strecke AB .

Aufgabe 4 Gegeben sei ein Brett aus 4×4 Quadraten. Einige der Quadrate seien durch Sternchen gekennzeichnet.

a) Weise nach, dass man 7 Sternchen so anordnen kann, dass nach dem Streichen von zwei beliebigen Zeilen und zwei beliebigen Spalten dieses Brettes in den übrig gebliebenen Quadraten immer mindestens ein Sternchen verbleibt.

b) Weise nach: Wenn die Anzahl der Sternchen kleiner als 7 ist, dann kann man stets zwei Zeilen und zwei Spalten so streichen, dass alle übrig gebliebenen Quadrate leer sind.

Aufgabe 5 Eine Firma stellt Geräte her. Die Herstellungskosten betragen 20 Euro pro Gerät. Durchschnittlich 5% der Geräte erweisen sich nach dem Verkauf als defekt. Sie werden kostenlos durch neue Geräte ersetzt.

Die Firma möchte insgesamt einen Gewinn von 10% der Herstellungskosten erwirtschaften.

Zu welchem Preis muss sie ein Gerät verkaufen, wenn man vereinfachend annimmt, dass genau 5% der Geräte defekt sind und die Ersatzgeräte stets in Ordnung sind?

Letzter Einsendetermin: 23. 12. 2014

Dr. A. Schüler, Hauptmannstraße 3, 04109 Leipzig