

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2013/2014

Klasse 5, Serie 3

Sascha Wolf s.wolf52@gmx.de +49 171 1196219

Liebe Schüler,

mit diesem Brief bekommt ihr die dritte Aufgabenserie in diesem Schuljahr. Außerdem erhaltet ihr eure Einsendungen und die Musterlösungen zur zweiten Serie zurück.

Ich muss auch zu dieser Serie wieder anmerken, dass viele von euch nicht gern viel Text schreiben. Mathematik ist kein Deutschaufsatz, aber es geht auch nicht darum, nur ein paar Zahlen auf ein Blatt Papier zu schreiben. Ein mathematischer Beweis ist eine Begründung, die so überzeugend ist, dass niemand etwas gegen sie einwenden kann. Solch ein Beweis braucht jedoch Zeit und auch Platz. Schreibt also eure Ideen unbedingt vollständig auf und nennt nicht nur die Lösung! Eine Seite ist eindeutig zu wenig!

Andererseits sind viele Mathematiker auch oft faul und haben sich deshalb clevere Ideen einfallen lassen, wie man bestimmte Schreibweisen verkürzen und eindeutig machen kann. Das nennt man „Formalisieren“. Zum Beispiel kann man die Aussage aus Aufgabe 1iv) folgendermaßen mathematisch notieren:

$\exists \text{Tag} \in \text{März} (\neg \text{Sonne scheint} \wedge \text{schönes Wetter})$

\exists entspricht „es existiert ein“, \in bedeutet in diesem Fall, dass „Tag“ ein Tag im März sein soll. \neg ist das Zeichen für die Negation und \wedge das Zeichen für „und“. Nun gibt es Umformungsregeln, die festlegen, wie der Ausdruck negiert wird.

Wie bereits angekündigt werden wir uns zum Zirkeltreffen intensiver mit der zweiten Aufgabe befassen. Die dritte Aufgabe wurde von den meisten gelöst; hier gibt es verschiedene Möglichkeiten, das Problem anzugehen.

Bei der Erbschaft in Aufgabe vier ging es zunächst einmal darum, die Aufgabenstellung zu verstehen. Erst mit einer guten Skizze ließ sich das Problem gut lösen.

Das Kryptogramm aus Aufgabe fünf war komplex. Man brauchte eine Menge Durchhaltevermögen, um die Aufgabe vollständig zu bearbeiten. Viele haben aber ihre Beobachtungen genutzt, um die Zahl der Fälle stark einzuschränken.

Sascha

Aufgabe 1 – Bäume fällen

Drei Holzfäller fällen drei Bäume in drei Minuten.

- i) Wie lange brauchen sechs Holzfäller, um sechs Bäume zu fällen?
- ii) Wie lange brauchen sechs Holzfäller, um drei Bäume zu fällen?
- iii) Wie viele Holzfäller braucht man, um drei Bäume in sechs Minuten zu fällen?
- iv) Wieviele Bäume fällen drei Holzfäller in sechs Minuten?

Aufgabe 2 – Weizenkornlegende

Im fernen Indien erfand einst ein Mathematiker das Schachspiel. Er zeigte seine Erfindung dem König, und diesem gefiel das Spiel so gut, dass er den Mathematiker belohnen wollte. Dieser sprach zu ihm: „Schau auf das Schachbrett. Auf das erste Feld lege ich ein Weizenkorn. Auf das zweite Feld lege ich zwei Weizenkörner. Auf das dritte Feld kommen vier Weizenkörner. Mache immer so weiter und verdopple in jedem Schritt die Zahl der Weizenkörner. Ich möchte so viele Weizenkörner haben, wie am Ende auf dem Schachbrett liegen.“

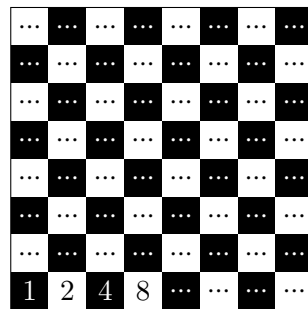


Abbildung 1: Schachbrett mit Weizenkörnern

- i) Warum könnte der König Probleme haben, den Wunsch seines Untertanen zu erfüllen?
- ii) Nach dem zweiten Schritt liegen drei Weizenkörner auf dem Brett, nach dem dritten Schritt sieben. Finde eine Regel, die die Gesamtzahl der Weizenkörner nach einer bestimmten Zeit bestimmt.
- iii) Zeige, dass die Gesamtzahl der Reiskörner auf dem Schachbrett eine Zahl mit mehr als 15 Stellen ist! (Vielleicht hilft es dir, dass $2^{10} = 1024 > 1000$ ist.)

Hinweis: Du solltest diese Aufgabe vollständig ohne Taschenrechner lösen.

Aufgabe 3 – Quadrate

- i) Wie viele Quadrate gibt es im folgenden Bild?

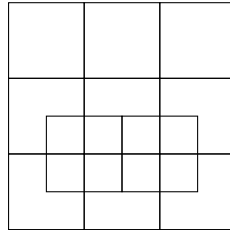


Abbildung 2: Quadrate

- ii) Lege die acht Steichhölzer so, dass vier Quadrate entstehen!

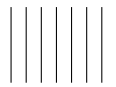


Abbildung 3: Streichhölzer

Hinweis: Die Seitenlängen der Quadrate sind beliebig.

Aufgabe 4 – Handballtraining

Die neun Spieler der E-Jugend des HC Leipzig haben einen neuen Trainer bekommen. Dieser muss erst noch die Namen lernen. Seine Spieler haben ihm einen Streich gespielt und kurzerhand die Trikots getauscht.

- i) Die Gruppe besteht aus vier Jungen und fünf Mädchen. Wie viele Möglichkeiten haben die Handballer, die Trikots untereinander zu vertauschen (natürlich soll jedes Mädchen hinterher noch ein Trikot mit einem Mädchennamen bekommen und andersherum)?
- ii) Was ändert sich, wenn zwei Spielerinnen den selben Nachnamen tragen?

Aufgabe 5 – Monetistan

In Monetistan bezahlen die Menschen mit anderen Münzen als bei uns. Ihre einzige Währung heißt Valuta. Es gibt derzeit nur 3-Valuta-Münzen und 7-Valuta-Münzen.

- i) Welche Beträge können nicht in einem Portemonnaie vorkommen? (Zum Beispiel kann 1 Valuta nicht im Portemonnaie sein, da es keine solche Münze gibt. 10 Valuta lassen sich jedoch aus einer 3-Valuta-Münze und einer 7-Valuta-Münze bilden.)
- ii) Wie kann man in Monetistan etwas kaufen, was ein Valuta kostet? Welche Münzen müssen Käufer und Verkäufer bereithalten? Welche Münzen benötigt man, um fünf Valuta bezahlen zu können?

Zum 1. Januar 2015 stellt die Zentralbank von Monetistan auf ein neues Münzsystem um. Von da an wird es drei Münztypen geben: 1-Valuta-Münzen, 5-Valuta-Münzen und 7-Valuta-Münzen.

- iii) Bestimmte Münzsysteme sind besser geeignet als andere. Käufe soll man mit möglichst wenig Münzen durchführen können. Überprüfe, wieviele Münzen man mindestens braucht, um für zehn bzw. elf Valuta einkaufen zu gehen!
- iv) Dieses Münzsystem ist zwar vollständig, man kann also alle Beträge ohne Rückgeld bezahlen, wenn man die richtige Zahl an Münzen hat. Allerdings ist das System nicht sehr effektiv. Finde das Münzsystem, das aus drei Münzen besteht und mit dem man, mit je einer Münze pro Münzart die meisten aufeinanderfolgenden Beträge, beginnend bei eins, bezahlen kann!

Organisatorisches

Sendet die Lösungen bitte bis zum **12. Mai 2014** an

Sascha Wolf
Zimmer 43
Graupenstraße 1A
38678 Clausthal-Zellerfeld

oder per E-Mail an s.wolf52@gmx.de.