Korrespondenzzirkel
Klasse 8

Aufgaben

Serie 1

Erlaubte Hilfsmittel: Papier, Schreibzeug, Zeichengeräte

Aufgabe 1 (Zahlentheorie, Wiederholung Euklidischer Algorithmus & Modulrechnung)

2+3 Punkte

a) Bestimme den ggT von (1632; 833) mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.

b) Wahr oder falsch? Begründe!

i. $-14 \equiv 46 \quad mod\ 5$

ii. $6538 \equiv 6508 \quad mod\ 6$

iii. $875 \equiv 161 \quad mod\ 9$

** Wiederhole im Arbeitsmaterial Kl. 7 Kapitel 3 „Zahlentheorie“*

Aufgabe 2 (Vermischtes)

5 Punkte

Frau Neumann möchte für eine Familienfeier Wein kaufen. Im Getränkemarkt gibt es zwei ihrer Lieblingssorten; bei der einen Sorte kostet jede Flasche 3,50€, bei der anderen 8,50€. Frau Neumann möchte von jeder dieser Sorten mindestens eine Flasche kaufen, andere Sorten aber nicht. Insgesamt will sie genau 75€ für den Wein ausgeben.

Ermittle alle Möglichkeiten, welche Anzahlen von Flaschen der beiden Sorten gewählt werden können, um die genannten Bedingungen zu erfüllen.

Aufgabe 3 (Dirichletsches Schubfachprinzip)

2+2+2 Punkte

Eine Schießscheibe habe die Form eines Trapezes mit den Grundseiten $\overline{AB} = a$ und $\overline{CD} = c$ und den Schenkeln $\overline{BC} = b$ und $\overline{AD} = d$ und es gelte $b = d$.

7 Schützen geben je 5 Schüsse ab, wobei jeder dieser Schützen genau dreimal die Schießscheibe trifft.

a) Zeige mit Hilfe des Dirichletschen Schubfachprinzips:

Wenn $a = 3$ und $b = 1$ und c= 2, dann kann der minimale Abstand zweier Einschusslöcher den Wert $\frac{1}{2}$ nicht übersteigen.

b) Zeige mit Hilfe des Dirichletschen Schubfachprinzips:
Wenn 27 Schützen schießen, von denen ebenfalls jeder genau dreimal die Schießscheibe trifft, und wenn a, b, c die oben angegebenen Längen besitzen, dann kann der minimale Abstand zweier Einschlusslöcher den Wert $\frac{1}{4}$ nicht übersteigen.

c) Versuche diese Aufgabe zu verallgemeinern, indem du davon ausgehst, dass die Seitenlängen im Verhältnis $a : b : c = 3 : 1 : 2$ stehen, wobei b eine natürliche Zahl ist.

** Lies dazu das beiliegende Arbeitsmaterial „Das Dirichletsche Schubfachprinzip“*

Aufgabe 4 (Gleichungen)

2+2 Punkte

Bestimme alle natürlichen Zahlenpaare (x, y), die folgende Gleichungen erfüllen:

a) $xy + 3 = 3x + y$

b) $xy - x = 2x^2$

** Wiederhole im Arbeitsmaterial Kl. 7 Kapitel 4.2 „Regeln für das äquivalente Umformen“*

Aufgabe 5 (Logik)

2+2 Punkte

„Wer von euch hat den Ball gegen mein Auto geschossen?“, schreit Herr Schmidt voller Zorn die vier Jungs an.

Christian sagt: Jens war es.

Jens sagt: Christoph hat es getan.

Martin sagt: Ich war es nicht.

Christoph sagt: Jens hat gelogen.

a) Wenn nur einer von den vier Jungs gelogen hat, wer hat den Ball geschossen?

b) Wer war der Übeltäter, wenn nur einer die Wahrheit gesagt hat?

ingesamt 24 Punkte

letzter Einsendetermin: 16. Oktober 2013