

Korrespondenzzirkel

Aufgaben – Klasse 8

Serie 7

Erlaubte Hilfsmittel: Papier, Schreibzeug, Zeichengeräte

Aufgabe 1 (Beweise) 2+2+2 BE

Beweise folgende Behauptungen mittels Vollständiger Induktion!

- $1 + 4 + 7 + \dots + (3n - 2) = \frac{n(3n-1)}{2}$
- $6 \mid (n^3 - n)$
- $n! > 2^n \quad (n > 3)$

Aufgabe 2 (Geometrie) 3+4 BE

- ABC sei ein in C rechtwinkliges Dreieck mit dem Inkreisradius r .
Zeige: $|BC| + |AC| - |AB| = 2r$.
- Man nehme das Dreieck aus a., welches die Höhe CD besitzt. Seien zudem r_1 und r_2 die Inkreisradien der Dreiecke ADC bzw. CDB.
Zeige: $|CD| = r + r_1 + r_2$.

Aufgabe 3 (Funktion) 2+2 BE

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 2}$.

- Für welche reellen x -Werte ist auch $f(x)$ reell?
- Existieren ganzzahlige Paare $(x, f(x))$?

Aufgabe 4 (Gefährliche Tierwelt) 5 BE

In einem gefährlichen Tal leben Löwen, Krokodile und Schlangen. Ein Forscher notiert sich durch seine Beobachtungen folgendes:

- Jeden Morgen um 8 Uhr beißt jedes Krokodil genau zwei Löwen.
- Jeden Mittag um 12 Uhr zertritt jeder Löwe genau zwei Schlangen, die faul in der Sonne liegen, und
- jeden Abend um 18 Uhr versetzt jede Schlange genau zwei Krokodilen ihren tödlichen Biss.

Am Morgen des 6. Tages, um sieben Uhr, lebt schließlich nur noch ein einsames Krokodil an diesem paradiesischen Fleckchen Erde. Wie viele Tiere von jeder Art bevölkerten das Tal am ersten Tag um sechs Uhr morgens?

Aufgabe 5 (Schafherde) 3 BE

Ein Hund befindet sich am Ende einer 1km langen Schafherde, die sich mit konstanter Geschwindigkeit vorwärtsbewegt. Zur Kontrolle läuft er nun - mit einer größeren konstanten Geschwindigkeit als die Herde - vom Ende bis zur Spitze der Herde und wieder an seinen Platz am Ende der Herde zurück. Als er wieder hinten ankommt, ist die Schafherde genau einen Kilometer weiter gewandert. Wie weit ist der Hund gelaufen?