

## Korrespondenzzirkel Klasse 6 – 4. Serie

Liebe Schüler (und liebe Eltern),

dies ist die letzte Übungsserie für dieses Schulhalbjahr. Wundert euch nicht, wenn ihr ein Weilchen auf eure korrigierten Lösungen der dritten Serie warten müsst, ich warte immer bis (zumindest fast) alle Lösungen bei mir eingetroffen sind, bevor ich sie zurück schicke und da einige von euch die Lösungen nicht pünktlich einsenden, verzögert sich alles. Also haltet euch bitte an den Abgabetermin! Und wie eh und je gibt es hauptsächlich zwei Kritikpunkte (steht bei den entsprechenden Schülern auch dran): fehlende Begründungen und zum Teil auch eine unzumutbare Form.

Da es in Serie 2 mit der Aufgabe Kluges Rechnen I große Probleme gab, habe ich mich dazu entschieden, noch einmal eine ähnliche Aufgabe zu stellen. Die folgenden zwei Aufgaben nutzen Mengendiagramme zum Aufgab lösen und die verbleibenden zwei Aufgaben beschäftigen sich mit der Graphentheorie

Als Bearbeitungszeit sind 4 Wochen vorgesehen, deswegen schickt mir bitte eure Lösungen (ganz wichtig sind die Begründungen, damit ich nachvollziehen kann, wie ihr zu der Lösung gekommen seid) bis zum **01.02.2013** an die folgende Adresse:

Maria Fuchs

Luppenstraße 6, 04177 Leipzig

Der Termin für das zweite Zirkeltreffen ist **der 26.01. wieder von 10:00 bis 12:00** im neuen Universitätsgebäude (Augustusplatz 10, Treff 9:50 vor dem Vapiano). Änderungen erfahrt ihr wie immer auf der Website der LSGM (<http://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.Kozi>), also schaut immer mal nach.

Sollten noch organisatorische Fragen oder Fragen zu den Aufgaben offen sein, dann schreibt mir doch einfach eine E-Mail ([maria.fuchs@maju.l.shuttle.de](mailto:maria.fuchs@maju.l.shuttle.de)) oder ruft mich an (0172-8745734).

### Kluges Rechnen

Bitte schaut euch noch einmal ganz genau die Lösungen unten für Aufgabe 2 aus Serie 2 an.

## 2. Aufgabe

$$a) 1 + 3 + 5 + \dots + 99 + 101 = \frac{50}{2} \cdot 102 + 51 = \underline{\underline{2601}}$$

Jeweils Paare mit Summe 102 bilden, also  $1+101, 3+99, 5+97, \dots$   
bis  $49+53$ , der Summand 51 bleibt übrig

→ 25 Paare mit Wert 102 plus 51

$$b) 30 + 33 + 36 + \dots + \dots + 996 + 999 = 3 \cdot (10 + 11 + 12 + \dots + 333)$$

$$= 3 \cdot (1 + 2 + \dots + 333) - 3 \cdot (1 + 2 + \dots + 9) \quad (*)$$

$$= 3 \cdot \frac{333}{2} \cdot 334 - 3 \cdot \frac{9}{2} \cdot 10^5 = 166833 - 135 = \underline{\underline{166698}}$$

$$c) 1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 1001 = (0+1) + (4+1) + (8+1) + (12+1) + \dots + (1000+1)$$

Jeder der 251 (!) Summanden ist ein Vielfaches von 4 vermindert um 1, ordnet man um, so erhält man:

$$251 \cdot 1 + 0 + 4 + 8 + 12 + \dots + 1000 = 251 + 4(0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 250)$$
$$\stackrel{!}{=} 251 + 4 \cdot \frac{250}{2} \cdot 251 = \underline{\underline{125751}}$$

\* Gleichung von Gauß genutzt

andere Überlegungen können auch richtig sein! Aber Lösung muss die gleiche sein.

## Mengendiagramme helfen beim Lösen von Aufgaben

Hat man eine Vielzahl von Informationen gegeben, die sich in ihrem Inhalt überschneiden, bietet es sich an, der Übersichtlichkeit halber mit Mengendiagrammen zu arbeiten. Zum Verständnis eine Beispielaufgabe:

Als die Schüler einer Klasse über ihre in den letzten Jahren verbrachten Ferien berichteten stellte sich folgendes heraus:

- Genau 13 Schüler dieser Klasse waren schon einmal an der Ostsee.
- Genau 15 Schüler dieser Klasse waren schon einmal im Harz.
- Genau 6 Schüler waren sowohl an der Ostsee als auch im Harz.
- Genau 4 Schüler waren weder an der Ostsee noch im Harz.

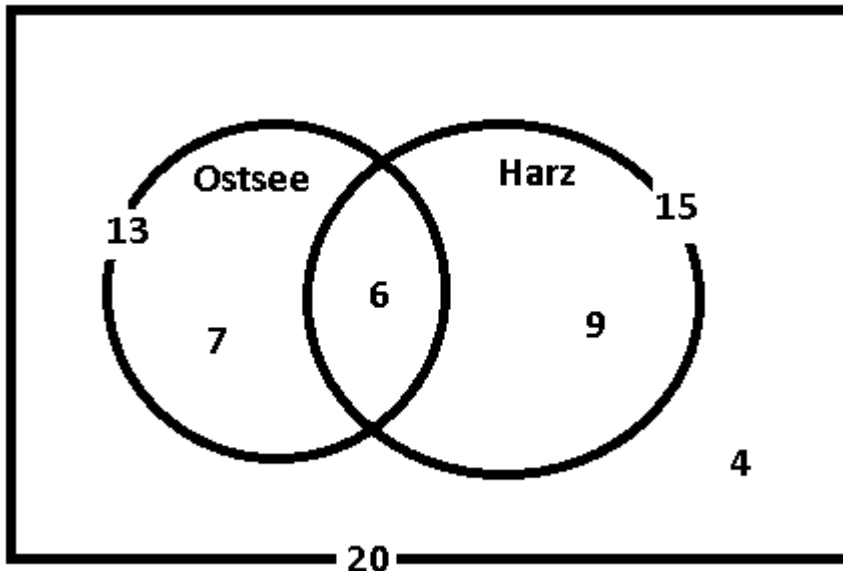
Untersuche, sich mit diesen Angaben die Klassenstärke eindeutig ermitteln lässt!

Nutze die Abkürzungen O für Ostsee -O für nicht Ostsee, etc. Das Zeichen # bedeutet Anzahl von (...) Damit ergibt sich:

$$\#(O, -H) = \#(O) - \#(O+H) = 13 - 6 = 7$$

$$\#(H,-O) = \#(H) - \#(O+H) = 15 - 6 = 9$$

$$\#(\text{Schüler}) = \#(O,-H) + \#(-O,H) + \#(-O,-H) = 7 + 9 + 4 = 20$$



## Graphentheorie

Dieses interessante Thema werden wir bei unserem 2. Zirkeltreffen behandeln. Die Aufgaben sind nicht schwer, ihr werdet also keine Probleme haben, sie in der verbleibenden Woche zwischen Treffen und Abgabetermin zu lösen.

## Aufgaben

### 1. Kluges Rechnen - Wiederholung

Bestimme die gesuchten Summen!

- $77 + 78 + 79 + \dots + 1229 + 1230 =$
- $33 + 36 + \dots + 9999 =$
- $44 + 49 + \dots + 1009 =$

### 2. Aufgabe - Mengendiagramme I

Über die Schüler einer Klasse ist bekannt:

- Genau 12 Schüler spielen Fußball.
- Genau 18 Schüler besuchen die AG „Junge Sanitäter“.
- Genau 14 Schüler sind Mitglieder des Schulchores.
- Genau 2 Schüler gehören keiner dieser drei Arbeitsgemeinschaften an.
- Genau 8 Fußballer gehen auch in die AG „Junge Sanitäter“.
- Genau 5 Fußballer sind auch Mitglieder des Schulchores.
- Genau 7 Chormitglieder dieser Klasse gehen auch in die AG „Junge Sanitäter“.
- Genau 2 Schüler nehmen an allen drei Arbeitsgemeinschaften teil.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Anzahl der Schüler dieser Klasse eindeutig ermitteln lässt! Errechne diese Anzahl!

Bilde selbst eine derartige Aufgabe!

### 3. Aufgabe – Mengendiagramme II

Von einer Schülerreisegruppe ist folgendes bekannt:

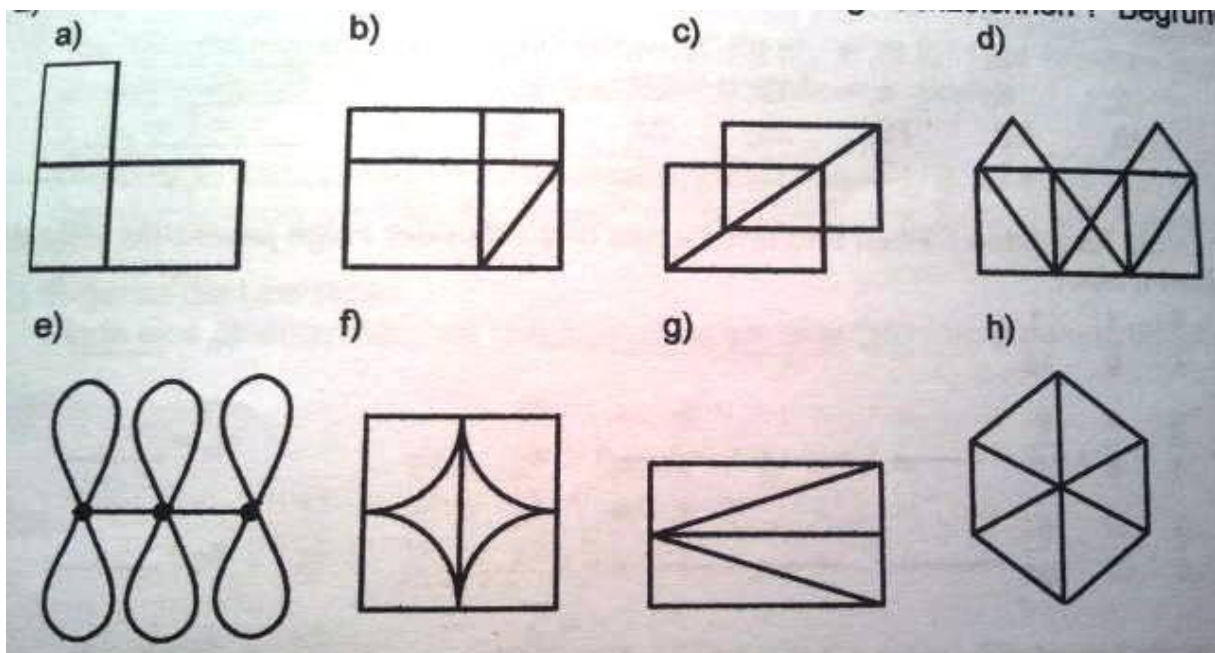
- Zu der Reisegruppe gehören genau 28 Schüler.
- Genau 8 Schüler dieser Gruppe lernen Latein.
- Genau 15 Schüler dieser Gruppe lernen Französisch.
- Genau 20 Schüler dieser Gruppe lernen Englisch.
- Genau 6 Schüler dieser Gruppe lernen Latein und Englisch.
- Genau 13 Schüler dieser Gruppe lernen Französisch und Englisch.
- Keiner der Schüler lernt Latein und Französisch, aber nicht Englisch.
- Genau 5 Schüler dieser Gruppe lernen alle drei Fremdsprachen.

Weise nach, dass sich aus diesen Angaben die Antworten auf folgende Fragen eindeutig ableiten lassen! Beantworte diese Fragen!

- Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen keine der drei Fremdsprachen?
- Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen mindestens eine der drei Fremdsprachen?
- Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen genau eine der drei Fremdsprachen?
- Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen mindestens zwei der drei Fremdsprachen?
- Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen genau zwei der drei Fremdsprachen?
- Wie viele Schüler dieser Gruppe lernen höchstens zwei der drei Fremdsprachen?

### 4. Aufgabe – Aussagenlogik II

Welche der folgenden Figuren lässt sich in einem Zug zeichnen? Begründe!



### 5. Aufgabe – Eulersches Brückenproblem der Neuzeit

In den letzten Jahren wurde eine Eisenbahnbrücke mit Fußgängerweg (Brücke 8) gebaut. Ist ein Spaziergang möglich, wenn jede Brücke, auch die neue, genau einmal benutzt werden darf? Zeichne den zugehörigen Graphen!

