1. Aufgabe

a) $1+2+\ldots+777+778 = \frac{778}{2}\cdot 779 = 303031$

b) $1+2+\ldots+573755+573756 = \frac{573756}{2}\cdot 573757 = 164\,598\,260\,646$

c) Gilt auch für ungerade n, denn dann ist (n+1) gerade und man kann alternativ schreiben.

$$\frac{n}{2}(n+1) = n\cdot \underbrace{\frac{n+1}{2}}_{\text{ganze Zahl, da } (n+1) \text{ gerade}}$$

Bsp: $n=3 \rightarrow 1+2+3 = \frac{3}{2}(3+1) = \frac{3}{\cancel{2}_1}\cdot \cancel{4}^2 = \underline{\underline{6}}$

2. Aufgabe

a) $1+3+5+\ldots+99+101 = \frac{50}{2}\cdot 102 + 51 = \underline{\underline{2601}}$

Jeweils Paare mit Summe 102 bilden, also 1+101, 3+99, 5+97... bis 49+53, der Summand 51 bleibt übrig

→ 25 Paare mit Wert 102 plus 51

b) $30+33+36+\ldots+\ldots+996+999 = 3\cdot(10+11+12+\ldots 333)$

$= 3\cdot(1+2+\ldots+333) - 3\cdot(1+2+\ldots 9)$ (*)

$= 3\cdot \frac{333}{\cancel{2}_1}\cdot \cancel{334}^{167} - 3\cdot\frac{9}{\cancel{2}_1}\cdot \cancel{10}^5 = 166833 - 135 = \underline{\underline{166\,698}}$

c) $1+5+9+13+\ldots+1001 = (0+1)+(4+1)+(8+1)+(12+1)+\ldots+(1000+1)$

Jeder der 251(!) Summanden ist ein Vielfaches von 4 vermehrt um 1, ordnet man um, so erhält man:

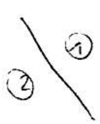
$251\cdot 1 + 0+4+8+12+\ldots+1000 = 251 + 4(0+1+2+3+\ldots 250)$

$\stackrel{*}{=} 251 + 4\cdot\frac{250}{2}\cdot 251 = \underline{\underline{125\,751}}$

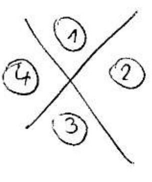
* Gleichung von Gauß genutzt

andere Überlegungen können auch richtig sein! Aber Lösung muss die gleiche sein.

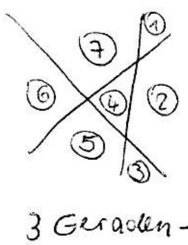
3. Aufgabe



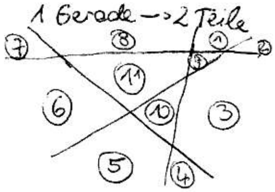
1 Gerade → 2 Teile



2 Geraden → 4 Teile



3 Geraden → 7 Teile



4 Geraden → 11 Teile

Die n-te Gerade wird von den vorangegangenen (n−1) Geraden in (n−1) Punkten geschnitten. Dadurch ergeben sich (n) neue Flächengebiete (da n Geradenabschnitte, welche je ein Flächengebiet teilen.

$\boxed{\text{Gesetz: } \frac{n}{2}(n+1)+1}$ (*) Herleitung ↗

4. Aufgabe

 → keine Diagonale  → 2 Diagonalen

 → 5 Diagonalen  → 9 Diagonalen

n-Eck: Von jedem der n Punkte gehen n−3 Diagonalen aus (da von einem Punkt zu sich selbst und zu den Nachbarpunkten keine Diagonale existiert. Da die Diagonale von Punkt 1 zu Punkt 2 die gleiche Diagonale ist, wie von Punkt 2 zu Punkt 1, muss die Gesamtzahl halbiert werden (sonst alle Diagonalen doppelt gezählt.

$$\text{Anzahl Diagonalen} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n-3)$$

↪ für Dreieck, Viereck etc. prüfen!

5. Aufgabe

−1 −1 −1 −1

a) 16, 12, 15, 11, 14, 10, 13, $\boxed{9}$, $\boxed{12}$, $\boxed{8}$

−1 −1 −1 −1

alternativ: −4, +3, −4, +3 ...

b) 2, 6, 4, 12, 10, 30, 28, $\boxed{84}$, $\boxed{82}$, $\boxed{246}$

·3 −2 ·3 −2 ·3 −2 ·3 −2 ·3

c) 240, 80, 78, 26, 24, 8, 6, $\boxed{2}$, $\boxed{0}$, $\boxed{0}$

:3 −2 :3 −2 :3 −2 :3 −2 :3

Ergänzung zu 3: für die ersten 0−5 Geraden gilt:

Anzahl Geraden	0	1	2	3	4	5	n
Anzahl Teile Ebene	1	2	4	7	11	16	?

Zur vorangegangenen Anzahl d. Teilebenen wird jeweils n addiert, dabei ist diese vorangegangene Anzahl d. Teilebenen auch durch Addition von (n−1) zur Anzahl d. vorigen Teilebenen entstanden. Es werden also jeweils alle vorangegangenen Geraden Anzahlen und die betrachtete Geradenzahl addiert und zusätzlich noch die 1 für 0 Geraden. Anwenden der G. aus Aufg. 1 → Lösun