

1. Aufgabe

$$\begin{aligned} \text{a) } (1000011101)_2 &= 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^9 \\ &= 1 + 4 + 8 + 16 + 512 = \underline{(541)}_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } (1DF)_{16} &= 15 \cdot 16^0 + 13 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^2 \\ &= 15 + 208 + 256 = \underline{(479)}_{10} \end{aligned}$$

$$\text{c) } (1024)_{10} = 4 \cdot 16^2 = \underline{(400)}_{16}$$

$$\text{d) } (2047)_{10} = 7 \cdot 16^2 + 15 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 = \underline{(7FF)}_{16}$$

$$\begin{aligned} \text{e) } (875)_{10} &= 1 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 \\ &= (1101101011)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f) } (726)_{11} &= 7 \cdot 11^2 + 2 \cdot 11^1 + 6 \cdot 11^0 \\ &= 847 + 22 + 6 = \underline{(875)}_{10} \end{aligned}$$

2. Aufgabe

a) Dezimalzahlen sind von der Form:

$$x = z_n \cdot 10^n + \dots + z_2 \cdot 10^2 + z_1 \cdot 10^1 + z_0 \cdot 10^0$$

Da $10^2 = 100$ durch 4 teilbar ist und somit alle Vielfachen auch, sind alle Summanden ab dem Index $i=2$ (also ab „Hunderter“) durch 4 teilbar

$$\leadsto x \equiv \underbrace{z_1 \cdot 10^1 + z_0 \cdot 10^0}_{\text{zweistellige Zahl aus den letzten zwei Ziffern von } x} \pmod{4}$$

zweistellige Zahl aus den letzten zwei Ziffern von x

\rightarrow d.h. x ist genau dann durch 4 teilbar, wenn die Zahl aus den letzten beiden Ziffern von x gebildet wird, durch 4 teilbar ist.

b) Duodezimalzahlen sind von der Form:

$$x = z_n \cdot 12^n + \dots + z_1 \cdot 12^1 + z_0 \cdot 12^0$$

Da alle Summen außer dem mit Index 0 den Faktor 12 enthalten, der durch 3 teilbar ist folgt

$$x \equiv z_n \cdot 12^0 = z_0 \pmod{3}$$

D.h. x ist durch 3 teilbar, wenn die letzte Ziffer von x durch 3 teilbar ist, sie also entweder 0, 3, 6, oder 9 ist.

$$c) x = z_n \cdot 12^n + \dots + z_2 \cdot 12^2 + z_1 \cdot 12^1 + z_0 \cdot 12^0$$

Ab dem Index 2 enthält jeder Summand den Faktor $12^2 = 144$, der durch 9 teilbar ist, somit folgt:

$$x \equiv z_1 \cdot 12^1 + z_0 \cdot 12^0 \pmod{9}$$

D.h. x ist durch 3 teilbar, wenn die Zahl, die aus den letzten beiden Ziffern von x gebildet wird, durch 4 teilbar ist.

d) \uparrow siehe Teilbarkeitsregel für „9“ im Dezimalsystem

$$(*) x = z_n \cdot 12^n + \dots + z_1 \cdot 12^1 + z_0 \cdot 12^0 \quad z_i \text{- Ziffern } 0, 9, A, B$$

Reste d. 12er-Potenzen bei Division durch 11 betrachten

$$12^0 \equiv 1 \pmod{11}; 12^1 = 12 \equiv 1 \pmod{11}; 12^2 = 144 \equiv 1 \pmod{11} \dots$$

\Rightarrow Alle 12er-Potenzen lassen bei Division durch 11 Rest 1

$$\Rightarrow z_n \cdot 12^n \equiv z_n \cdot 1 \pmod{11}$$

d.h. jeder Summand von (*) lässt bei Division durch 11 gerade Rest z_n

$$x = z_n \cdot 12^n + \dots + z_1 \cdot 12^1 + z_0 \cdot 12^0 = \underbrace{z_n + \dots + z_1 + z_0}_{\substack{\text{Quersumme} \\ \text{von } x}} \pmod{11}$$

Also ist x durch 11 teilbar, wenn die Quersumme von x durch 11 teilbar ist,

Aufgabe 3

Wegen (4) muss B oder D offen sein, somit folgt aus (1), dass ~~E~~ offen sein muss.

Wäre Ventil D geschlossen, dann müsste wegen (4) B offen sein, das wäre jedoch ein Widerspruch zu (6)

→ ~~D~~

→ wegen (3) → A geschlossen

→ wegen (5) → B geschlossen

→ wegen (7) → C offen

→ wegen (2) → F geschlossen

Alternativ mit Wahrheitstafel für alle mögl. Kombinationen von B, D, E

B D E	(1) E ∨ (B ∧ D)	(4) B ∨ D	(6) D ∨ (B ∨ E)	(1) ∧ (4) ∧ (6)
W W W	W	W	W	W
W W F	F	W	W	F
W F W	W	W	F	F
W F F	F	W	W	F
F W W	W	W	W	W
F W F	F	W	W	F
F F W	W	F	W	F
F F F	F	F	W	F

↳ D und E müssen offen sein, andere Ventilstellungen müssen wie oben aus den anderen Hinweisen bestimmt werden

4. Aufgabe

Verenas Aussage kann nicht eingetroffen sein, denn sonst hätte sie selbst den 3. Platz (1). Somit ist Manuela also auch nicht 3 (2), also trifft ihre Aussage nicht zu \rightarrow Sindy ist damit 1. oder 2. Platz geworden (3).

Damit ist auch Sindys Aussage nicht eingetroffen \rightarrow Martha ist unter den letzten beiden (4), somit trifft auch Marthas Aussage nicht zu

\rightarrow Lilli ist nicht schneller als Martha

\rightarrow ~~Lilli = 6. Platz, Martha = 5. Platz~~ (5)

\rightarrow siehe Tabelle: ~~Ute = 3. Platz~~ (6)

\rightarrow ihre Aussage ist also wahr (7)

Lillis Aussage hingegen stimmt nicht, also kommt Vera eher ins Ziel als ~~Manuela~~ (8)

\rightarrow Vera = 1. Platz, ~~Manuela = 4. Platz~~
Sindy = 2. Platz

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Martha	X ₄	X ₄	X ₄	X ₄	✓ ₅	X ₅
Lilli	X ₅	X ₅	X ₆	X ₃	X ₅	✓ ₅
Manuela			X ₂	✓ ₃	X ₅	X ₅
Sindy		✓ ₈	X ₂	X ₃	X ₃	X ₃
Ute	X ₆	X ₆	✓ ₆	X ₆	X ₅	X ₅
Vera	✓ ₈	X ₇	X ₁	X ₈	X ₅	X ₈