Korrespondenzzirkel Klasse 6 – 1. Serie

Liebe Schüler (und liebe Eltern),

dies ist die erste der Übungsserien für dieses Schulhalbjahr. Wie bereits im vergangenen Schuljahr werde ich die von euch angefertigten Lösungen korrigieren und an euch zurück schicken.

Im letzten Zirkeltreffen haben wir uns mit Teilbarkeiten beschäftigt – für alle die damals nicht dabei sein konnten und für die, die neu zum Korrespondenzzirkel hinzu gekommen sind, habe ich eine Mitschrift zum Thema angehängt. Die ersten drei Aufgaben sollen das Erlernte festigen – bitte gebt euch Mühe mit den Begründungen. Die vierte und fünfte Aufgabe sind zum Knobeln, Aufgabe 4 ist jedoch wirklich schwierig, mit Probieren allein kommt ihr sicher nicht auf die Lösung!

Als Bearbeitungszeit sind 4 Wochen vorgesehen, deswegen schickt mir bitte eure Lösungen (ganz wichtig sind die Begründungen, damit ich nachvollziehen kann, wie ihr zu der Lösung gekommen seid) bis zum **20.10.2012** an die folgende Adresse (ich bin umgezogen!!!):

Maria Fuchs

Luppenstraße 6, 04177 Leipzig

Der Termin für das erste Treffen wird auf der Website der LSGM (http://lsgm.uni-leipzig.de/tiki-index.php?page=Zirkel.Kozi) bekannt gegeben, wir werden uns mit Teilbarkeiten in anderen Zahlensystemen beschäftigen.

Sollten noch organisatorische Fragen oder Fragen zu den Aufgaben offen sein, dann schreibt mir doch einfach eine E-Mail (maria.fuchs@maju.l.shuttle.de) oder ruft mich an (0172-8745734).

Teilbarkeit und Rest

Definition: Eine natürliche Zahl b heißt durch eine natürliche Zahl a teilbar, wenn es ein q gibt mit:

$$b = q \cdot a$$

(d.h. die „Geteilt-Rechnung“ geht auf)

Wir sagen dann auch:

- a teilt b
- a ist ein Teiler von b
- b ist ein Vielfaches von a

Und schreiben dafür: $a|b$.

Jede natürliche Zahl (außer die 1) hat mindestens zwei Teiler: 1 und sich selbst. Eine Zahl mit genau zwei Teilern heißt Primzahl, z. B. 3, 5, 7, 11,... Primzahlen spielen eine wichtige Rolle beim Bestimmen von kleinsten gemeinsamen Vielfachen (Primfaktorzerlegung).

Ob eine natürliche Zahl b durch eine natürliche Zahl a teilbar ist, lässt sich häufig durch Teilbarkeitsregeln bestimmen:

Teiler	Regel	Beispiel
0	Keine Zahl ist durch 0 teilbar – die Division durch Null ist verboten.	x = 142 142 : 0 = **f** → nicht teilbar
1	Jede ganze Zahl ist durch 1 teilbar. Das Ergebnis ist eben wieder die betrachtete Zahl.	x = 142 142 : 1 = 142 → teilbar
2	Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine 0, 2, 4, 6 oder 8 ist.	x = 142 letzte Ziffer: 2 → teilbar
3	Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.	x = 142 QS: 1 + 4 + 2 = 7 → nicht teilbar
4	Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn ihre letzten zwei Ziffern eine durch 4 teilbare Zahl bilden oder Nullen sind.	x = 142 letzten 2 Ziffern: 42 → nicht teilbar
5	Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 oder 5 ist.	x = 142 letzte Ziffer: 2 → nicht teilbar
6	Eine Zahl ist durch 6 teilbar, wenn sie durch 2 *und* durch 3 teilbar ist.	x = 142 letzte Ziffer: 2 → teilbar QS: 1 + 4 + 2 = 7 → nicht teilbar → nicht teilbar
7	Eine Zahl ist durch 7 teilbar, wenn ihre alternierende 3er-Quersumme durch 7 teilbar ist.*	x = 57.028.251 altern. 3er-QS: 57-028+251 = 280 → teilbar
8	Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn ihre letzten drei Ziffern eine durch 8 teilbare Zahl bilden oder Nullen sind.	x = 53.168 letzten 3 Ziffern: 168 → teilbar
9	Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.	x = 142 QS: 1 + 4 + 2 = 7 → nicht teilbar
10	Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn ihre letzte Ziffer eine 0 ist.	x = 142 letzte Ziffer: 2 → nicht teilbar

Es gibt noch weitere Regeln, z. B. für 11 und 13, diese sollen an dieser Stelle aber keine Rolle spielen.

Will man die Teilbarkeit durch eine große Zahl a prüfen, kommt man in den meisten Fällen nicht um eine schriftliche Division herum, es gibt aber ein paar Tricks, die helfen können:

- ist b nicht durch alle Primfaktoren von a teilbar, dann ist b auch nicht durch a teilbar (einfachstes Beispiel: Ist a gerade, dann ist a mit Sicherheit kein Teiler einer ungeraden Zahl b)
- lässt sich a in teilerfremde Primfaktoren zerlegen, die alle nur einmal vorkommen, dann kann man prüfen, ob diese Faktoren Teiler der Zahl b sind. Sind alle Faktoren von a Teiler von b, dann ist auch a Teiler von b.

z.B. 15|45? Ja. 15=3x5, 3|645 (QS:15), 5|645 (letzte Ziffer 5)

Aufgaben

1. Aufgabe – Teilarkeit I

Prüfe für folgende Zahlen die Teilbarkeit durch 4, 6, 7, 9, 21 und 35:

a) 234155

b) 9985188

c) 3963724023

2. Aufgabe – Teilbarkeit II

a) Bestimme die kleinste fünfstellige Zahl, die durch 3 teilbar ist!

b) Bestimme die kleinste sechsstellige Zahl, die durch 9 teilbar ist.

c) Bestimme die größte fünfstellige Zahl, die durch 4 teilbar ist.

d) Bestimme zwei nicht durch 2 teilbare Zahlen, deren Summe aber durch 4 teilbar ist.

e) Begründe, warum alle Zahlen mit drei gleichen Ziffern und sonst nur Nullen stets durch 3 teilbar sind.

3. Aufgabe – Teilbarkeit III

Beweise, dass es außer dem Primzahltrilling (3, 5, 7) keinen weiteren Primzahltrilling (drei Primzahlen zwischen denen jeweils nur eine weitere Zahl liegt, also von der Art (x, x+2, x+4)) gibt!

4. Aufgabe – Der vierte Teil (SCHWER!)

Finde die kleinste natürliche Zahl, die in ihren vierten Teil übergeht, wenn man ihre erste Ziffer an die letzte Stelle rückt.

5. Aufgabe – Die „Faßparabel"

Ein Winzer hatte drei Söhne. Der klügste von ihnen sollte nach des Vaters Tod das Weingut bewirtschaften. Um festzustellen, welcher der drei Söhne der würdige Nachfolger war, gab der Vater den Söhnen 21 gleich große Weinfässer, von denen sieben leer, sieben zur Hälfte und sieben voll mit Wein gefüllt waren. Die Söhne erhielten die Aufgabe, diese 21 Fässer so untereinander aufzuteilen, dass jeder der drei die gleiche Anzahl Fässer und die gleiche Menge Wein erhielt. Der Wein durfte dabei aber nicht umgefüllt werden. Einer der Söhne erhielt das Gut. Wie hatte er die Aufgabe gelöst?