

Korrespondenzzirkel Klassenstufe 5

Leipziger Schülergesellschaft für Mathematik

Serie 2

Liebe Schülerinnen, Schüler (und Eltern), hiermit übersende ich euch die zweite Serie. Dieses mal beschäftigen wir uns mit Zahlenrätseln und mit sogenannten Piktogrammen. Für jeden Aufgabentyp gibt es wieder ein Lösungsmuster, wie die Lösung aussehen könnte. In der ersten Serie hat sich gezeigt, dass der Lösungsweg häufig unvollständig angegeben wird. Für die Bepunktung macht der Lösungsweg die Hälfte der Punkte aus. Die Lösungen der ersten Serie schicke ich mit den Aufgaben der dritten Serie. Seid also nicht enttäuscht, wenn dies jetzt noch ein wenig dauert.

Bitte schickt mir die Lösungen der zweiten Serie bis zum

28. März 2013

per E-Mail an mkohl@wifa.uni-leipzig.de oder per Post an Martin Kohl, Scharnhorststraße 28, 04275 Leipzig.

Zahlenrätsel

Bei Aufgaben vom Typ Zahlenrätsel werden Eigenschaften von Zahlen vorgegeben und man muss versuchen, alle möglichen Zahlen zu finden, auf die diese Eigenschaften zutreffen.

Hier nun ein Beispiel:

Von einer natürlichen Zahl n seien die folgenden Eigenschaften bekannt:

- (i) n ist zweistellig,
- (ii) die Quersumme von n ist 7 und
- (iii) n ist durch 5 teilbar.

Bestimme alle natürlichen Zahlen, die diesen Eigenschaften genügen!

Beispielslösung:

Nach (iii) wissen wir, dass n mit der Ziffer 5 oder mit der Ziffer 0 endet. Da nun die Quersumme 7 sein soll und die Zahl zweistellig ist, müssen wir nur noch

die erste Ziffer bestimmen. Falls die zweite Ziffer eine 5 ist, muss die erste Ziffer eine 2 sein. Damit erfüllt die 25 die geforderten Eigenschaften. Falls die zweite Ziffer eine 0 ist, so muss die erste Ziffer eine 7 sein. Damit erfüllt die 70 die geforderten Eigenschaften. Nach dem ersten Schritt sind dies auch die einzigen möglichen Zahlen.

Nonogramme

Diese Art eines Rätsels besteht aus einer Tabelle und Ziel ist es, die Einträge einzufärben. Dabei geben Zahlen vor jeder Zeile und über jeder Spalte an, wie viele zusammenhängende Zellen einzufärben sind. Findet man z.B. 5 1 1 so bedeutet dies, dass man in dieser Zeile oder Spalte fünf Felder nacheinander einfärben muss, danach mindestens ein Feld freilassen muss, dann ein Feld einfärben muss, wieder mindestens ein Feld nicht einfärben muss und dann noch ein Feld einfärben muss. Dies muss aber ebenfalls nicht das letzte Feld in der Zeile oder Spalte sein. Mit den Hinweisen soll man logisch herleiten, welche Felder eingefärbt werden sollen.

Hier nun wieder ein Beispiel

	4	4	3	1	1
1					
2					
3 1					
4					
2					

In der Musterlösung bezeichne man die Zeilen mit Großbuchstaben und die Spalten mit Zahlen.

- (1) Man betrachte die 3 1 in Zeile C. Da man nur 5 Felder zur Verfügung hat und zwischen dem 3er Block und dem 1er Block ein Feld ungefärbt benötigt, kann man die ersten drei Felder und das letzte Feld der Zeile färben.
- (2) Nun betrachte man eine der 4en in Spalte 1 und 2 oder der Zeile D. Die 4 Felder können sich nun an Position 1-4 oder an Position 2-5 befinden. Auf jeden Fall kann man aber die Felder 2,3 und 4 färben.

Zwischenstand:

	4	4	3	1	1
1					
2					
3 1					
4					
2					

- (3) Man sieht nun bereits, dass Zeile D bereits vollständig gefüllt wurde. Ebenso Zeile B und die Spalte 4 und 5.
- (4) In Spalte 3 müssten wir nun B3 oder E3 färben. B3 ist aber nicht möglich, da Zeile B bereits vollständig gefärbt ist. Damit bleibt nur E3 übrig.
- (5) In Zeile E müssten nur nun E2 oder E4 färben. Da aber Spalte 4 bereits vollständig gefärbt ist, muss man E2 färben. Damit ist auch Spalte 2 vollständig gefärbt.
- (6) Übrig bleiben nur Spalte 1 und Zeile A, welche man nun noch färben kann.

	4	4	3	1	1
1	■	■	■	■	■
2	■	■	■	■	■
3	■	■	■	■	■
4	■	■	■	■	■
2	■	■	■	■	■

Aufgabe 1

- (a) Gesucht sind alle natürlichen zweistelligen Zahlen mit den folgenden Eigenschaften: Die Summe ihrer Ziffern beträgt 10; vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu der so entstehenden Zahl die Zahl 2, dann erhält man das Dreifache der ursprünglichen Zahl.
- (b) Ermittle alle natürlichen Zahlen n , die folgender Eigenschaft genügen: Dividiert man 100 durch n , dann bleibt der Rest 4.

Aufgabe 2

Hans erzählt: Wenn ich zu der Zahl, die mein Alter in vollen Jahren abgibt, noch 7 addiere, diese Summe verdoppele, hierzu noch 6 addiere und schließlich mein Alter subtrahiere, dann erhalte ich als Resultat die Zahl 33. Thomas erzählt: Wenn ich mit meinem Alter dieselben Rechenschritte wie Hans durchführe, nur zum Schluss das Doppelte meines Alters subtrahiere, dann erhalte ich die Zahl 20. Lässt sich aus diesen Angaben das Alter von Hans und das von Thomas ermitteln?

Aufgabe 3

Färbe das folgende Nonogramm! Gib die Begründungen für die Färbungen mit an!

			1		
	2	3	1	4	2
3					
2 1					
3					
2					
2					

Aufgabe 4

Färbe das folgende Nonogramm! Gib die Begründungen für die Färbungen mit an!

		2	1							
	9	1	1	1	2	1	6	4	3	
2 2 4		3	1	1	1	4	1	1	2	
1 3										
1 4 3										
1 1 1 2										
2 1 2										
3 3										
2 1										
1 1										
1 1 1										
3										

Aufgabe 5

Löse das folgende Sudoku! Beachte, dass nicht nur in den Zeilen, Spalten und Quadranten die Zahlen von 1 bis 9 genau einmal vorkommen, sondern dass auch auf den beiden Diagonalen keine Ziffer doppelt vorkommen darf!!

4					1		3	
						6		
	6			4				
		2		5	3			
		9	4					
			6			4	8	
				9				3
1	2							8
				3			4	2