

Korrespondenzzirkel Klassenstufe 5

Leipziger Schülergesellschaft für Mathematik

Serie 1

Liebe Schüler (und Eltern),

hier nun findet ihr die erste Serie des Korrespondenzzirkels Mathematik der Klassenstufe 5. Als Erstes werden wir uns mit Logikrätseln beschäftigen. Für alle fünf Aufgaben habt ihr vier Wochen Zeit. Bitte schickt mir daher eure Lösungen per Post (Martin Kohl, Grimmaische Straße 12, I235, 04109 Leipzig) oder per EMail (an mkohl@wifa.uni-leipzig.de) bis zum 25. Februar 2013 zu.

Die Lösungen werde ich dann kontrollieren, bewerten und mit der dritten Serie per Post zurückschicken.

Um euch den Einstieg ein wenig einfacher zu machen, werde ich euch für zwei der Aufgabentypen Musterlösungen vorstellen. Ganz wichtig sind neben der richtigen Lösung vor allem die Begründungen und der Lösungsweg.

Logik-Rätsel

Bei einem Logikrätsel soll man durch mehrere Hinweise Schlussfolgerungen ziehen und Begriffe wie Vornamen, Nachnamen, Alter etc. kombinieren.

Wie kann man nun vorgehen?

1. Eine Tabelle zeichnen, in der die Hinweise verarbeitet werden können.
2. Die Hinweise sehr gründlich lesen! Meist versteckt sich ein Hinweis bereits im Einführungstext.
3. Felder bzw. Kombinationen, die durch die Hinweise ausgeschlossen werden können, mit einem + versehen
4. Felder bzw. Kombinationen, die durch einen Hinweis bestätigt werden, mit einem - versehen
5. Schlussfolgerungen ziehen
6. Überprüfen ob die Lösung den Hinweisen genügt

Das Beispiel ist ein wenig schwieriger als die beiden Aufgaben 1 und 2, aber so sieht man am besten, welche Techniken angewendet werden können.

Ein Beispiel

Drei Schülerinnen bekommen ein unterschiedlich hohes Taschengeld und jede gibt ihr Geld für eine andere Sache aus. Welche Mädchen (Vor- und Nachname) erhält wieviel Geld, und wofür wollen die Mädchen dies ausgeben?

Hinweise

1. Alexandra mag Kekse. Das Mädchen mit dem Nachnamen Schmidt bekommt mehr Taschengeld als Alexandra.
2. Bianca erhält 6 Euro Taschengeld.
3. Christin gibt ihr Geld nicht für CDs aus. Christin und ihre Freundin mit dem Namen Richter bekommen nicht 5 Euro Taschengeld.

	Richter	Schmidt	Tannert	5 Euro	6 Euro	7 Euro	Bücher	CDs	Kekse
Alexandra									
Bianca									
Christin									
Bücher									
CDs									
Kekse									
5 Euro									
6 Euro									
7 Euro									

Lösung

	Richter	Schmidt	Tannert	5 Euro	6 Euro	7 Euro	Bücher	CDs	Kekse
Alexandra	- (24)	- (3)	+ (23)	+ (15)	- (6)	- (14)	- (2)	- (2)	+ (1)
Bianca	+ (27)	- (26)	- (24)	- (6)	+ (5)	- (6)	- (9)	+ (10)	- (2)
Christin	- (11)	+ (25)	- (24)	- (12)	- (6)	+ (13)	+ (8)	- (7)	- (2)
Bücher	- (28)	+ (28)	- (28)	- (16)	- (18)	+ (17)			
CDs	+ (28)	- (28)	- (28)	- (16)	+ (18)	- (17)			
Kekse	- (28)	- (28)	+ (28)	+ (16)	- (18)	- (17)			
5 Euro	- (19)	- (20)	+ (21)						
6 Euro	+ (28)	- (28)	- (22)						
7 Euro	- (28)	+ (28)	- (22)						

- (1) nach Hinweis 1, Alexandra mag Kekse
- (2) kann durch (1) ausgeschlossen werden
- (3) nach Hinweis 1, Alexandra kann nicht Schmidt heißen
- (4) durch (1) und (3). Da Alexandra Kekse mag, kann diejenige, die Kekse mag auch nicht Schmidt heißen
- (5) nach Hinweis 2, Bianca erhält 6 Euro.
- (6) kann durch (5) ausgeschlossen werden

- (7) durch Hinweis 3, Christin mag keine CDs
- (8) Christin kauft Bücher, da CDs und Kekse nicht möglich sind
- (9) folgt aus (8) (10) Bianca kauft CDs, da Bücher und Kekse nicht möglich sind
- (11) folgt aus Hinweis 3. Christins Freundin heißt Richter
- (12) folgt aus Hinweis 3. Christin bekommt nicht 5 Euro Taschengeld
- (13) Christin muss demnach 7 Euro Taschengeld bekommen
- (14) kann durch (13) ausgeschlossen werden (15) Alexandra muss demnach 5 Euro Taschengeld bekommen
- (16) folgen aus (1) und (15)
- (17) folgen aus (8) und (13)
- (18) folgen aus (10) und (5)
- (19) folgt aus Hinweis 3
- (20) folgt aus (3) und (15). Alexandra, diejenige, die 5 Euro bekommt, heißt nicht Schmidt.
- (21) folgt aus (19) und (20)
- (22) kann durch (21) ausgeschlossen werden
- (23) folgt aus (21) und (15). Diejenige, die 5 Euro Taschengeld bekommt, heißt Alexandra. (24) kann durch (23) ausgeschlossen werden.
- (25) wegen (11) und (24) muss Christin Schmidt heißen.
- (26) kann wegen (25) ausgeschlossen werden.
- (27) wegen (24) und (26) muss Bianca Richter heißen.
- (28) nun sind alle Kombinationen bestimmt und die restlichen Einträge können wie bei (20) und (23) bestimmt werden.

Kryptogramme

Bei einem Kryptogramm wird eine Rechenaufgabe durch Buchstaben oder andere Symbole verschlüsselt. Gleiche Symbole stehen im Allgemeinen für gleiche Zahlen, unterschiedliche Symbole für unterschiedliche Zahlen. Mit den gegebenen Hinweisen muss man nun alle möglichen Lösungen bestimmen. Auch hier ist der Lösungsweg wichtig. Man versucht entweder in den ersten beiden Spalten oder in letzten Spalte zu beginnen und dort das erste Symbol zu entschlüsseln. Mit dem bereits Herausgefundenen kann man dann Schritt für Schritt die Aufgabe entschlüsseln. Dabei ist ganz wichtig, dass man einen möglichen Übertrag nie vergisst!!!

Daher hier nun ein kleines Beispiel, wie eine formelle Lösung aussehen könnte.

Beispiel

$$\begin{array}{rcccc}
 & & H & A & U & S \\
 + & H & A & U & S & \\
 \hline
 S & T & A & D & T &
 \end{array}$$

Lösung

(1) Zwei vierstelligen Zahlen können in Summe maximal eine vierstellige Zahl sein. Folglich kann das S nur eine 0 oder eine 1 sein.

(2a) Wäre nun S eine 0, so müsste T ebenfalls eine 0 sein, da $S+S=0$ ist. Damit wären zwei Buchstaben mit der gleichen Zahl belegt, welches im Widerspruch zur Aufgabe steht.

(2b) Damit kann S nur eine 1 sein.

(3) Folglich ist $T=1+1=2$.

(4) Betrachten wir nun die ersten beiden Spalten so ist $H + H + \text{Übertrag} = 12$. Der Übertrag kann nur 0 oder 1 sein. Da sowohl $H + H$ als auch 12 gerade ist, muss der Übertrag 0 sein. Damit gilt $H + H = 12$. Also $H = 6$.

Wir haben daher bisher Folgendes herausgefunden:

$$\begin{array}{rcccc} & 6 & A & U & 1 \\ + & 6 & A & U & 1 \\ \hline 1 & 2 & A & D & 2 \end{array}$$

(5) Nach (4) wissen wir, dass kein Übertrag in der dritten Spalte entsteht. Es gilt also $A+A+\text{Übertrag} = A$. Falls kein Übertrag bei $U + U = D$ aufgetreten ist, so gilt nur $A + A = A$. Dies wird nur durch $A = 0$ gelöst. Falls ein Übertrag bei $U + U = D$ aufgetreten ist, so gilt $A + A + 1 = A$ und daher auch $A + 1 = 0$. Diese Gleichung besitzt keine Lösung in den Zahlen von 0 bis 9. Daher muss $A = 0$ gelten.

(6) Es bleibt daher nur die Aufgabe $U + U = D$ zu lösen, bei der nach (5) kein Übertrag auftritt.

Dafür gibt es die folgenden Möglichkeiten:

$$0 + 0 = 0, 1 + 1 = 2, 2 + 2 = 4, 3 + 3 = 6, 4 + 4 = 8.$$

Die ersten drei Möglichkeiten sind nicht möglich, da dazu Zahlen benutzt werden, die schon belegt sind. Damit ist $U = 4$ und $D = 8$.

In diesem Fall gibt es also genau eine Lösung:

$$\begin{array}{rcccc} & 6 & 0 & 4 & 1 \\ + & 6 & 0 & 4 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 0 & 8 & 2 \end{array}$$

Aufgaben der ersten Serie

Aufgabe 1

Enno fragt seinen Freund Arne, was dieser am Wochenende gemacht hat. Arne war mit drei Freunden im Kino und lässt nun Enno raten, mit wem er dort war und wer neben wem gegessen hat. Dafür gibt er die folgenden Hinweise:

- Die vier Freunde heißen Arne, Jonas, Sophie und Stefanie; ihre Nachnamen sind Börner, Dietrich, Simoni und Nestler.
- Arne saß links von Sophie und rechts von Simoni.
- Nestler saß links von dem Jugendlichen, dessen vor und Nachname mit dem gleichen Buchstaben beginnt.
- Arne saß links von Börner.

Hilf Enno bei der Zuordnung der Vor- und Nachnamen zu den Sitzplätzen!

Aufgabe 2

Susanne macht einen Spaziergang durch den Park und begegnet mehreren Bekannten, die die gleiche Idee hatten. Um wie viel Uhr begegnet Susanne an welcher Stelle des Parks wem (Vor- und Nachname)? Nutze die folgenden Hinweise:

1. Diana begegnet Susanne um 15.49 Uhr.
2. Die Bezeichnung der Stelle, an der Susanne auf Edwin trifft, ist um genau einen Buchstaben kürzer als die Bezeichnung des Ortes, an dem ihr die Person namens Stadler über den Weg läuft.
3. Georg, der nicht Hansen heißt, begegnet Susanne irgendwann nach 15.30 Uhr bei der Brücke.
4. Direkt nach der Begegnung mit der Person namens Becker bei der Kapelle läuft Susanne - nicht am großen Rosenbeet - Nadine über den Weg.

Ordne die Zeitpunkte (15:22 Uhr, 15:36 Uhr, 15:49 Uhr und 16:07 Uhr), zu den Vornamen (Diana, Edwin, Georg und Nadine), zu den Nachnamen (Becker, Hansen, Otto, Stadler) und den Orten (Brücke, Kapelle, Pavillon und Rosenbeet)!

Aufgabe 3

Finde alle möglichen Lösungen! Gleiche Variablen stehen für gleichen Zahlen, unterschiedlichen Zahlen für unterschiedliche Zahlen von 0 - 9.

$$(a) \begin{array}{rcccc} & & E & I & N & S \\ + & E & I & N & S & \\ \hline & Z & W & E & I & \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
\text{M A T H E} \\
(b) \quad + \text{M A C H T} \\
\hline
\text{S P A S S}
\end{array}$$

Aufgabe 4

Finde alle möglichen Lösungen! Gleiche Variablen stehen für gleichen Zahlen, unterschiedlichen Zahlen für unterschiedliche Zahlen von 0 - 9.

$$\begin{array}{r}
\text{W O C H E} \\
+ \text{W O C H E} \\
+ \text{W O C H E} \\
+ \text{W O C H E} \\
\hline
\text{M O N A T}
\end{array}$$

Aufgabe 5

Jeder kennt wahrscheinlich die heute sehr populären Sudokus. Dies ist eine Variante davon. In den entsprechenden abgegrenzten Bereichen müssen die Zahlen von 1 bis 9 eingetragen werden. Ebenso dürfen spalten- und zeilenweise die Zahlen von 1 bis 9 nur genau einmal vorkommen.

1		3			9			4
	8			7			9	
					6			2
4		8						
	1						4	
						2		5
6			3					
	9			2			7	
3			9			8		1