

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2011/12

Klasse 7, Serie 7

Aufgabe 1 Wir betrachten die folgende Gleichung:

$$\frac{px}{6} - \frac{14}{3} = \frac{3x}{2} - \frac{4x}{3}.$$

- Durch welche Zahl muss der Parameter p ersetzt werden, damit $x = 4$ Lösung der Gleichung ist?
- Gibt es Werte für den Parameter p , sodass für die Lösungsmenge der Gleichung gilt $L = \emptyset$ (leere Menge, auch mit $L = \{ \}$ bezeichnet) bzw. $L = \{0\}$?
- Gibt es Werte für den Parameter p , sodass für die Lösungsmenge der Gleichung $L = \{0\}$ gilt?

Hinweis. Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen).

Aufgabe 2 Beweise den folgenden Satz: Das geometrische Mittel zweier positiver rationaler Zahlen ist niemals größer als ihr arithmetisches Mittel.

In welchem Fall gilt das Gleichheitszeichen?

Hinweis. Lies dazu in „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) und in „Regeln“ auf Seite 14 die Regeln (1) und (2.2.1).

Aufgabe 3 Es seien p und $2p + 1$ Primzahlen und es gelte $p \neq 3$.

Beweise, dass $4p + 1$ keine Primzahl ist.

Leite aus denselben Voraussetzungen noch andere Behauptungen der folgenden Form ab: „ $ap + b$ ist keine Primzahl“, das heißt, finde geeignete natürliche Zahlen a und b und beweise deine Behauptung.

Hinweis. Wiederhole in „Regeln“ auf Seite 11 die Regeln (1) und (5).

Aufgabe 4 Es seien \overline{AD} , \overline{BE} und \overline{CF} die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks ABC , die einander im Punkt S schneiden, und M sei der Schnittpunkt von \overline{DF} und \overline{BE} . Beweise, dass dann gilt:

- M halbiert die Strecken \overline{DF} und \overline{BE} .
- Die Dreiecke $\triangle FBS$ und $\triangle DSB$ sind flächeninhaltsgleich.
- Es gilt $\overline{AS} = 2\overline{SD}$.

Hinweis. Wiederhole in „Sätze“ im Abschnitt IV (Dreiecke) die Sätze S6) und Z7) sowie in Abschnitt V (Vierecke) den Satz Z3). Der zweite Teil des Satzes S9c) über Seitenhalbierende im Abschnitt IVd darf dabei nicht als Hilfsmittel verwendet werden.

Aufgabe 5 Vier Lastwagen A , B , C und D befahren dieselbe Strecke. Fährt A mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 56 km/h und B mit 40 km/h , dann benötigt A genau zwei Stunden weniger als B für diese Strecke.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit müsste C fahren, wenn D genau vier Stunden eher als C abfahren, durchschnittlich mit 35 km/h fahren und gleichzeitig mit C am gemeinsamen Ziel ankommen soll?

Einsendeschluss: 11. Mai 2012