Korrespondenz-Seminar der LSGM 2011/12

Klasse 7, Serie 6

Aufgabe 1 a) Zerlege die folgenden Terme so weit wie möglich in Faktoren:

$$28x^2y - 84xy^2 + 63y^3 = \dots$$
$$2au^2 - 2av^2 + bu^2 - bv^2 = \dots$$

b) Addiere jeweils die Brüche und vereinfache soweit wie möglich.

$$\frac{(3x-2)^2}{15} - \frac{(2x-1)(3x-2)}{21} - \frac{11x^2 - 3(x-2)}{35} = \dots$$
$$\frac{(2u+v)(2u-v)}{132} - \frac{(u-v)^2}{102} - \frac{15u(u+v) - 13v^2}{748} = \dots$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen).

Aufgabe 2 a) Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung über dem Bereich der rationalen Zahlen:

$$\frac{8x+1}{5} + \frac{2x-7}{20} - \frac{5x-7}{8} < 6x - \frac{73}{8}, \quad x \in \mathbb{Q}.$$

b) Ermittle den Wert des Parameters p, für den die Gleichung

$$\frac{4}{3x} + \frac{5}{2x} = \frac{3}{x} + \frac{p}{6}$$

keine Lösungen hat und den Wert für den Parameter p, für den die Gleichung die Lösung $x = 2$ hat.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.1 (Einige Begriffe) und den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen) sowie in „Regeln“ auf Seite 15 die Regeln (3.2) und (2.1).

Aufgabe 3 Beweise den folgenden Satz: Das geometrische Mittel $\sqrt{ab}$ zweier positiver rationaler Zahlen a und b ist stets größer als deren harmonisches Mittel $\frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$.

Hinweis. Lies dazu in „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) und in „Regeln“ auf Seite 14 die Regeln (1) und (2.2.1).

Aufgabe 4 Zu konstruieren sind alle Dreiecke ABC, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

(a) $a + c = s = 8\,\text{cm}$,
(b) $h_c = 3\,\text{cm}$,
(c) $\beta = 70°$.

Dabei bedeuten wie üblich a und c die Längen der Strecken $\overline{BC}$ bzw. $\overline{AB}$, h_c die Länge der Höhe $\overline{CH}$ von C auf die gegenüberliegende Seite mit Fußpunkt H und β die Größe des Winkels $\angle CBA$.

Hinweis. Gib eine vollständige Konstruktionsbeschreibung an. Wiederhole im „Arbeitsmaterial" den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben) sowie in „Regeln" auf Seite 9/10 die Regeln (1), (3.1), (2.1) und (2.2).

Aufgabe 5 Ein Bauer hinterlässt seinen beiden Söhnen eine Schafherde. Die Anzahl der Schafe ist eine zweistellige natürliche Zahl. Die Brüder lassen diese Herde von einem Mittelsmann verkaufen, wobei sie ihn beauftragen, er solle ein Schaf für soviel Euro verkaufen wie die Herde Schafe hat. Der Mittelsmann bringt den Erlös in lauter 10€-Scheinen und einem Rest an Kleingeld, der keinen vollen 10€-Schein mehr ergibt. Die Brüder teilen das Geld so, dass beide gleich viele 10€-Scheine erhalten. Dabei bleiben ein 10€-Schein und das Kleingeld übrig.
Da sagt der ältere zum jüngeren Bruder:„Ich nehme den Schein und du bekommst das restliche Kleingeld und ein von mir gekauftes Taschenmesser; dann haben wir beide gleich viel bekommen."
Untersuche, ob sich aus diesen Angaben der Preis des Taschenmessers eindeutig ermitteln lässt. Ist dies der Fall, dann gib diesen Preis an. Beachte in dieser Rechnung, dass der Ältere den Wert des Taschenmessers verliert, den der Jüngere gewinnt.
Lässt sich aus diesen Angaben auch die Anzahl der Schafe eindeutig ermitteln, wenn man zusätzlich noch weiß, dass diese Anzahl durch 7 teilbar ist?

Einsendeschluss: 5. April 2012

Dr. Axel Schüler
Hauptmannstr. 3
04109 Leipzig