

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2011/12

Klasse 7, Serie 5

Aufgabe 1 a) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen a und b , die bei Division durch 7 die Reste 5 bzw. 3 lassen. Welchen Rest lässt dann die Summen der Quadrate dieser Zahlen bei Division durch 7?

b) Gegeben seien zwei natürliche Zahlen a und b . Bei der Division durch 24 lässt a den Rest 7 und b den Rest 5. Durch welche natürlichen Zahlen ist unter den obigen Voraussetzungen $a^2 - b^2$ stets teilbar?

Hinweis. Verwende das Rechnen mit Kongruenzen. Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3.

Aufgabe 2 Vom Diagonalschnittpunkt M eines Rhombus $ABCD$ werden die Lote auf die Seiten gefällt.

a) Beweise, dass die Fußpunkte dieser Lote ein Rechteck bilden.

b) In welchem Fall bilden die Lotfußpunkte ein Quadrat? Beweise deine Vermutung.

Hinweis. Lies dazu in „Sätze“ auf Seite 5 den Abschnitt V (Vierecke).

Aufgabe 3 a) Was lässt sich über das Produkt von vier beliebigen natürlichen Zahlen sagen, wenn deren Summe eine ungerade Zahl ist? Beweise deine Vermutung.

b) Suche nach einer Verallgemeinerung des gefundenen Satzes, indem du die Voraussetzung, dass es sich um vier natürliche Zahlen handelt, geeignet abschwächst.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.2.3 (Verallgemeinern und Spezialisieren von Sätzen).

Aufgabe 4 Berechne und vereinfache so weit wie möglich. Versuche vor allem, Summen oder Differenzen in Faktoren zu zerlegen, um danach kürzen zu können. Das Auflösen der Klammern führt hier nicht zum Ziel. Nutze Rechenvorteile.

$$\text{a) } \frac{(7a + 7b)(6a^2 - 6b^2)}{(3a^2 + 6ab + 3b^2)(14a - 14b)}$$

$$\text{b) } \left(\frac{x+y}{2x-3y} - \frac{x+y}{2x+3y} \right) : \frac{3x^2 - 3y^2}{4x^2 - 9y^2}$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen), den „Satz“ den „Beweis“ und die „Beispiele“. Beachte dabei vor allem das Umwandeln von Summen in Produkte durch Ausklammern und Anwenden der binomischen Formeln.

Aufgabe 5 Es seien x und y rationale Zahlen. Verkleinert man x auf 75%, dann erhält man 225. Vergrößert man y um 20%, so erhält man ebenfalls 225.

- a) Berechne x und y .
- b) Wie viel Prozent beträgt y von x ?
- c) Um wie viel Prozent muss man y vergrößern um x zu erhalten?
- d) Auf wie viel Prozent muss man x verkleinern, sodass die Summe aus verkleinertem x und y gleich 225 ist?

Einsendeschluss: 24. Februar 2012