

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2011/12

Klasse 7, Serie 4

Aufgabe 1 a) Untersuche, welche der folgenden drei Kongruenzaussagen wahr und welche falsch sind. Vereinfache die wahren Kongruenzaussagen durch eine entsprechende Division auf beiden Seiten so weit wie möglich.

$$2106 \equiv 5670 \pmod{198}$$

$$119621 \equiv 45103 \pmod{1007}$$

$$917226 \equiv 426113 \pmod{764}$$

b) Ermittle die letzte Ziffer des folgenden Produkts:

$$z = 5197915^{1995} \cdot 73219^{221} \cdot 54231^{27}.$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3 (Das Rechnen mit Kongruenzen).

Aufgabe 2 Zu konstruieren sind alle Vierecke $ABCD$, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

(a) $\overline{AB} = a = 8 \text{ cm}$;

(b) $\overline{CD} = c = 3 \text{ cm}$;

(c) $\overline{AC} = e = 7 \text{ cm}$;

(d) $\overline{BD} = f = 6 \text{ cm}$;

(e) $ABCD$ ist ein Trapez mit $AB \parallel CD$.

a) Beschreibe die Konstruktion und fertige eine Konstruktionszeichnung an.

b) Beweise, dass es höchstens ein Viereck $ABCD$ geben kann, das (a) bis (e) erfüllt.

Hinweis. Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben) sowie in „Regeln“ auf Seite 7 zur „Methode der Hilfselemente“ die Regeln (2.1) und (2.2). Man kann auf der Geraden AB einen Hilfspunkt E so wählen, dass ein konstruierbares Hilfsdreieck AEC und ein nützliches Hilfsviereck $BECD$ entstehen.

Aufgabe 3 a) Schreibe die Menge T aller Teiler der Zahl $z = 8^3$ auf und gib die Anzahl t dieser Teiler an.

b) Ermittle die Anzahl $t(n)$ aller Teiler der Zahl $z = 3^{2n}$ in Abhängigkeit von der natürlichen Zahl n .

c) Ermittle die Anzahl t der Teiler von $z = 125^{25}$.

d) (Zusatzaufgabe) Ermittle die Anzahl der Teiler von 6^n in Abhängigkeit von n .

Aufgabe 4 Aus vier verschiedenen Ziffern a, b, c und d , alle ungleich 0, werden die größte und die kleinste vierstellige Zahl gebildet. Als Summe dieser beiden Zahlen erhält man die Zahl $\overline{eeff20}$, wobei e und f untereinander verschiedene Ziffern darstellen, die ebenfalls von a, b, c und d verschieden sind.

Zu ermitteln sind alle Ziffern a, b, c und d , die diese Bedingungen erfüllen.

Aufgabe 5 Ein Zug fährt genau 15 min später von einem Bahnhof B ab, als es der Fahrplan vorsieht. Deshalb fährt er mit 120% der auf dieser Strecke üblichen Durchschnittsgeschwindigkeit so lange, bis er den Rückstand aufgeholt hat.

Nach wie viel Minuten (gerechnet von der tatsächlichen Abfahrtszeit des Zuges an) ist dies der Fall?

Einsendeschluss: 13. Januar 2012

Ich hoffe, wir sehen uns wieder zum nächsten Treffen am

Sonnabend, dem 7. Januar 2012, 9 – 12 Uhr, Johannisgasse 26

Ich wünsche euch und euren Familien ein frohes und friedliches Weihnachtsfest und einen guten Rutsch ins Neue Jahr!

Viele Grüße von

Axel Schüler