

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2011/12

Klasse 7, Serie 2

- Aufgabe 1** a) Ermittle den größten gemeinsamen Teiler ggT(67645;59495) mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus und zerlege die beiden Zahlen in Primfaktoren.
b) Vereinfache den folgenden Bruch, indem du so weit wie möglich kürzt:

$$\frac{75591}{83763}$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.1 (Grundgleichung der Zahlentheorie und Euklidischer Algorithmus).

- Aufgabe 2** Ermittle alle durch 8 teilbaren natürlichen Zahlen mit der Quersumme 7 und dem Querprodukt 6.

Hinweis. Die natürlichen Zahlen seien im Dezimalsystem aufgeschrieben. Unter dem *Querprodukt* einer natürlichen Zahl versteht man das Produkt aus den Ziffern dieser Zahl (im Dezimalsystem). Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ aus dem Abschnitt 1.3 (Aussageformen und Mengen) sowie den Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben, Existenz- und Eindeutigkeitsnachweis) und in in „Regeln“ auf Seite 12 die Regeln (1), (3.1) und (3.2).

- Aufgabe 3** In einem Quadrat $ABCD$ habe die Diagonale \overline{AC} die Länge e . Ein Rechteck $EFGH$ heißt dem Quadrat $ABCD$ einbeschrieben, wenn E auf \overline{AB} , F auf \overline{BC} , G auf \overline{CD} und H auf \overline{AD} liegen. Zusätzlich gelte $EF \parallel AC$.

Ermittle für jedes derartige Rechteck $EFGH$ seinen Umfang.

(Zusatzaufgabe: Das Rechteck $EFGH$ sei dem Quadrat $ABCD$ einbeschrieben, jedoch seien nun EF und AC nicht parallel. Zeige, dass $EFHG$ ein Quadrat ist.)

Hinweis. Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben) und in „Regeln“ auf Seite 7 die Regeln (1), (2.1) und (2.2). Stelle die Lösung in der Form dar, wie in der Lösung von Aufgabe 2 der Serie 1.

- Aufgabe 4** Die Schülerinnen Birgit, Christina, Dorothee, Eva, Inge und Monika sowie die Schüler Anton, Fred, Günter, Helmut, Jürgen und Kurt wollen einen Tanz aufführen. Dabei wird in Paaren getanzt. Die Zusammenstellung der Paare aus je einer Schülerin und einem Schüler soll nach folgenden Kriterien und Wünschen erfolgen:

- In keinem Fall soll der männliche Partner kleiner als der weibliche sein.
- Christina möchte nicht mit Anton tanzen, der kleiner als Birgit und auch kleiner als Eva ist.

- (c) Jürgen möchte nur mit Dorothee oder Monika tanzen.
- (d) Fred, der größer als Helmut aber kleiner als Anton ist, möchte nur mit Eva oder Monika tanzen.
- (e) Kurt weiß, dass Günter nicht mit Christina und auch nicht mit Eva tanzen möchte.

a) Untersuche, ob sich aus diesen Kriterien und Wünschen eindeutig eine Zusammenstellung der Schülerinnen und Schüler zu Tanzpaaren finden lässt. Wenn das der Fall ist, gib diese Zusammenstellung an.

b) Untersuche, ob sich bereits aus den Bedingungen (a) bis (d) eine eindeutige Zusammenstellung zu Tanzpaaren finden lässt. Ist das nicht der Fall, gib alle Zusammenstellungen an, welche die Bedingungen (a) bis (d) erfüllen.

c) Füge den Bedingungen (a) bis (d) noch die folgende Bedingung hinzu:

- (f) Kurt ist kleiner als Fred.

Führe auch hier die geforderte Untersuchung durch.

d) Sind in einer der Bedingungen (a) bis (d) auch Angaben enthalten, die für die Herleitung nicht benötigt werden? Wenn dies der Fall ist, gib an, wie man die betreffende Bedingung abschwächen kann.

Hinweis. Lies dazu in „Regeln“ auf Seite 13 die Regeln (1), (2.1) und (3.2) zum Lösen von logisch-kombinatorischen Aufgaben. Beachte, dass wie in Aufgabe 2 ebenfalls Existenz- und Eindeutigkeitsnachweise erforderlich sind.

Aufgabe 5 a) Die Wägung eines mit Wasser gefüllten Gefäßes ergab eine Gesamtmasse (Gefäß- und Wassermasse) von 2000 g. Gießt man 20% dieses Wassers ab, dann verringert sich die gewogene Gesamtmasse auf 88%.

Berechne die Masse des leeren Gefäßes.

b) Herr Schäfer hat sich zwei Hunde gekauft. Er musste sie aber bald wieder verkaufen. Dabei erhielt er für jeden Hund 180€. Wie Herr Schäfer feststellte, hatte er damit an dem einen Hund 20% von dessen früheren Kaufpreis dazu gewonnen, während er den anderen Hund mit 20% Verlust von dessen früherem Kaufpreis weiterverkauft hatte.

Untersuche, ob sich hiernach für Herrn Schäfer insgesamt beim Verkauf beider Hunde ein Gewinn oder Verlust gegenüber dem gesamten früheren Kaufpreis ergeben hat. Wenn dies der Fall ist, dann ermittle, wie viel der Gewinn bzw. Verlust beträgt.