Kozi Klasse 6 - Lösungen zur Serie 7

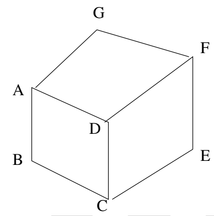
1. Fünf Kinder, Andrea, Bettina, Christian, Dirk und Eva, reden über ihre Murmeln.

- Andrea sagt: Eva hat doppelt so viele Murmeln wie ich.
- Bettina sagt: Ich habe eine Murmel mehr als Andrea.
- Christian sagt: Ich habe zwei Murmeln mehr als Bettina.
- Dirk sagt: Ich habe drei Murmeln mehr als Christian.
- Eva sagt: Ich habe vier Murmeln mehr als Dirk.

Wie viele Murmeln haben die Kinder jeweils?
Lösung: Wir kürzen die Namen der Kinder mit den Anfangsbuchstaben ab. Wenn E vier Murmeln mehr als D hat und D drei Murmeln mehr als C hat, hat E sieben Murmeln mehr als C. Wenn dann C zwei mehr als B, hat E neun Murmeln mehr als B. Wenn weiterhin B eine Murmel mehr als A hat, dann hat E zehn Murmeln mehr als A. Da E aber doppelt soviele Murmeln wie A hat, muss A 10 Murmeln haben. Damit hat B 11, C 13, D 16 und E 20 Murmeln.

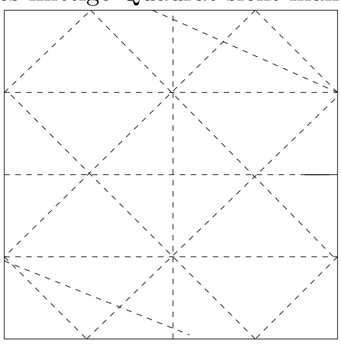
2.

Das nebenstehende (nicht maßstabsgerechte) Sechseck ensteht, wenn man Viereck $ABCD$, so um A dreht bzw um C dreht, dass die Ecke B jeweils auf D gedreht wird. Begründe, dass das Ausgangsviereck eine Raute sein muss. Was bedeutet das dann für das entstandene Sechseck und die Innenwinkel des Viereck $ABCD$.



Lösung Damit das Viereck $ABCD$ durch Drehung in das Viereck $ADFG$ überführt wird, muss $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AG}$, $\overline{BC} = \overline{DF}$ und $\overline{CD} = \overline{FG}$ sein. Verfahren wir genauso mit der anderen Drehung, so erhalten wir, dass alle 9 Strecken gleich lang sind. Also ist das Viereck eine Raute (oder auch Rhombus genannt). Bei einer Raute sind außerdem noch gegenüberliegende Seiten parallel und benachbarte Innelwinkel ergänzen sich zu 180°. Das Sechseck hat also auch 6 gleich lange Seiten. Damit wissen wir noch nicht, dass das Sechseck regelmäßig ist. Dazu müssen wir noch die Innenwinkel der Raute bestimmen. Der eine Innenwinkel α der Raute liegt am Eckpunkt D, damit die drei Rauten dort auch ohne Lücke zusammen passen, muss $3 \cdot \alpha = 360°$ sein, also $\alpha = 120°$. Damit kennen wir schon mal 3 Innenwinkel des Sechseck, nämlich die an B, G und E. Sie alle sind 120° groß. Fehlen noch die anderen drei Innenwinkel des Sechsecks. Diese sind jeweils das Doppelte des zweiten Innenwinkels der Raute, der $180° - 120° = 60°$ ist. Also sind auch diese Innenwinkel 120° groß. Das Sechseck hat also nicht nur gleichlange Seiten, sondern auch alle Innenwinkel sind gleich groß. Es ist also regelmäßig.

3. Aufgefalten erkennt man in der Mitte, das auf einer Ecke stehende Quadrat, welches am Ende des Faltens entstanden ist. Rund um dieses mittige Quadrat sieht man vier Quadrate der gleichen Größe.



Außerdem sieht man, dass alle Ecken ein sechstes solches Quadrat bilden. Weiterhin hat man an jeder Kante noch jeweils ein halbes Quadrat. Das sind also zusammen noch einmal zwei zusätzliche Quadrate, also insgesamt sieht man die Fläche von acht solchen kleinen Quadrat in dem großen Ausgangsquadrat. Das Verhältnis der Flächeninhalte ist also 1 zu 8.
Da jedes Modul das Quadrat für eine Seitenfläche des Würfels bildet, braucht man insgesamt 6 Module.

4. In der Waldstraße wohnen sechs Jungen. Georg, der gerne singt, wohnt nicht in der Hausnummer 5 und der elfjährige Heino nicht in der 6. Ingo wohnt in der 2 und der Achtjährige in der 3. Der Junge, der gerne liest, wohnt in der 1. Der Junge, der gerne schwimmt, ist 12 Jahre alt. Jens ist drei Jahre älter als der Junge, der in der 4 wohnt, aber jünger als der, der gerne schläft. Die Hausnummer von Klaus ist um eins höher als diejenige, wo der Junge, der gerne rennt, wohnt, aber um eins kleiner als die Hausnummer des Neunjährigen. Der Junge, der gerne schläft, wohnt nicht in der 5. Ein Junge löst gerne Rätsel. Ein Junge ist 10 Jahre alt, ein anderer 13. Einer heißt Leo. Finde heraus, wer wo wohnt, wie alt ist und was gerne macht!

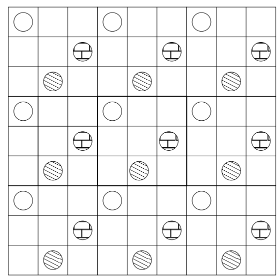
Lösung: Der Junge, der in der 4 wohnt, muss mindestens vier Jahre jünger sein, als der, der gerne schläft. Damit muss der Schlafende 12 oder 13 sein. Da der zwölfjährige aber schon schwimmt, ist der Schlafende 13 und damit wohnt in der 4 der Neunjährige und Jens ist 12 und schwimmt damit gerne. Da der Neunjährige in der 4 wohnt, muss Klaus die Hausnummer 3 haben und damit 8 Jahre alt sein. Weiterhin hat der also Rennende die Hausnummer 2 haben und ist Ingo. Wir hatten herausgefunden, dass der Schlafende 13 Jahre alt ist, und damit nicht Georg (singend), Heino (11), Ingo (rennend), Jens (12) oder Klaus (8) sein kann. Es muss also Leo sein. Der Neunjährige wohnt in der 4 und kann damit nicht mehr Ingo sein (der in der 2 wohnt. Bleibt nur Georg. Damit muss Ingo 10 sein, denn alle anderen Alter sind schon vergeben. Georg singt gerne und wohnt nicht in 5. Für den Lesenden mit Hausnummer 1 bleibt nur Heino. Damit ist Klaus der Rätsellöser. Der Junge, der gerne schläft – also Leo –, wohnt nicht in der 5. Also bleibt für die 5 nur Jens und für Leo nur die 6.

Zusammenfassend:
Georg, singen, 9 Jahre, Hausnummer 4
Heino, lesen , 11 Jahre, Hausnummer 1
Ingo, rennen , 10 Jahre, Hausnummer 2
Jens, schwimmen, 12 Jahre, Hausnummer 5
Klaus, Rätsel, 8 Jahre, Hausnummer 3
Leo, schlafen, 13 Jahre, Hausnummer 6

5. Wir spielen noch einmal Tic-Tac-Toe (siehe dritte Serie), aber mit veränderten Regeln: Die Spieler setzen noch immer abwechselnd (1.Spieler Kreuze, 2.Spieler Kreise) in ein 3×3-Quadrat. Gewonnen hat wieder der Spieler, der als erstes drei Felder in einer Reihe gesetzt hat. Doch dieses Mal verändern wir das Spielbrett noch ein bisschen:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

Wir kleben den oberen Rand so an den unteren Rand, dass das Feld 1 nun Nachbar von Feld 7 ist, Feld 2 von Feld 8 und auch Feld 3 von Feld 9. Danach kleben wir auch noch den linken Rand an den rechten, so dass Feld 1 Nachbar von Feld 3 ist usw.



Anstatt sich das neue Spielbrett zusammengeklebt vorzustellen, ist es vielleicht einfacher, sich dass Brett in der Ebene einfach mehrfach aneinander geklebt vorzustellen. Dann sieht man nun auch leicht, dass die im Bild durch die verschiedenen Kreise markierten Felder im Gegensatz zum „normalen" Tic-Tac-Toe auf dem neuen (zusammengeklebten) Spielfeld in einer Reihe liegen. Begründe, dass es zu zwei beliebigen Feldern des Spielbrettes nun immer ein anderes Feld gibt, so dass alle drei auf einer Linie liegen. Kann der beginnende Spieler nun immer gewinnen? Begründe!

Zusatz: Was für eine Form hat das zusammengeklebte Spielbrett?

Lösung

Zu zwei beliebigen Feldern gibt es immer ein drittes, so dass die drei auf einer Linie liegen, denn: Wenn die zwei Felder auf einer Zeile oder einer Spalte oder einer Hauptdiagonale des ursprünglichen Tic-Tac-Toe-Feldes lieden, gab es schon im Orginalspiel ein drittes Feld auf dieser Linie und im neuen Spiel stimmt das immer noch. Lagen vorher zwei Zahlen auf einer Nebendiagonale, gab es im alten Spiel kein drittes Feld. Jetzt liegen sie jedoch mit der Ecke des ursprüngliches Feldes auf einer Linie, die von der Linie durch dir zwei Felder am weitesten entfernt ist. (z.B. lagen 2 und 6 beim „alten"Spiel mit keiner dritten Zahl auf einer Linie. Jetzt liegen sie allerdings mit 7 auf einer Linie.)

Gewinnstrategie - Der erste Spieler kann immer gewinnen (Wenn du dir die folgenden Erklärungen schlecht vorstellen kannst - einfach aufmalen, dann sieht man es gleich):

Da es zu zwei beliebigen Felder nun immer ein drittes gibt, so dass diese auf einer Linie liegen, kann der erste Spieler immer gewinnen: Er setzt den ersten Zug irgendwo hin, der zweite Spieler antwortet. Der erste Spieler setzt nun irgendwo hin, nur nicht dort, wo das Feld ist, welches mit seinem ersten Zug und dem des zweiten Spielers eine Linie bildet. Damit muss es noch ein Feld geben, welches mit den ersten beiden Zügen des ersten Spielers eine Linie bildet. Setzt der zweite Spieler nicht dorthin, so kann dies der erste tun und gewinnt im nächsten Zug. Nehmen wir also an, der zweite Spieler setz dort hin. Jetzt hat auch der zweite Spieler zwei Felder besitzt. Dann gibt es dazu ein drittes welches mit diesem auf einer Linie liegt. Dorthin setzt nun der erste Spieler. Er hat jetzt drei Felder besetzt (die nicht auf einer Linie liegen). Auf der Linie seines ersten und zweiten Zuges sitzt auch schon der zweite Spieler. Auf die Linie des zweiten und dritten Zuges und auf die des ersten und dritten Zuges hat der zweite Spieler aber noch nicht gesetzt. Damit hat der erste Spieler für den nächsten Zuges zwei mögliche Gewinnzüge. Die kann der zweite Spieler nicht gleichzeitig verstellen. Er kann aber auch nicht im nächsten Zug gewinnen, da der erste Spieler sein einzige Gewinnmöglichkeit besetzt. Also kann der erste Spieler immmer gewinnen.

Zusatz: Es entsteht ein Torus (Schwimmring, Donut):