

Kozi Klasse 6 - 4. Aufgabenserie

Das nächste Treffen findet am **03. März 2012** von **9 bis 12 Uhr** in der Johannisgasse 26 statt. Wir treffen uns wieder um 9 Uhr vor dem Gebäude.

1. Der Weihnachtsmann und seine Helfer nutzen in ihrer Werkstatt ihre eigene Währung: Ren. Es gibt allerdings nur 5 Ren-Scheine und 7 Ren-Scheine.
 - a) Der Weihnachtsmann will sich in seiner Pause ein Stück Stolle kaufen. Das kostet 1 Ren. Wie viele Ren muss er mindestens hingeben, damit er das volle Wechselgeld zurück erhalten kann (Würde er einen 5 Ren Schein hinlegen, bekäme er z.B. nichts zurück, da es keinen 4 Ren oder noch kleineren Schein gibt.)?
 - b) In der Werkstatt gibt es auch Verkaufsautomaten. Allerdings akzeptieren nur Geld in exakter Höhe des Preises; sie geben also kein Wechselgeld und man darf auch nicht zuviel bezahlen. (Das Stück Stolle zu einem Ren kann also nicht am Automaten gekauft werden, da es keine 1 Ren-Scheine gibt.) Liste alle möglichen Preise auf, die nicht exakt bezahlt werden können. Begründe!

2. Wir zerlegen eine Zahl N in seine Primfaktoren

$$N = \underbrace{p_1 \cdot \dots \cdot p_1}_{k_1\text{-mal}} \cdot \underbrace{p_2 \cdot \dots \cdot p_2}_{k_2\text{-mal}} \cdot \dots \cdot \underbrace{p_l \cdot \dots \cdot p_l}_{k_l\text{-mal}},$$

hierbei sind p_1 bis p_l verschiedene Primzahlen. Z.B. ist $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ ($p_1 = 2$ mit $k_1 = 2$ und $p_2 = 3$ mit $k_2 = 1$) und $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ (mit $p_1 = 3$ und $k_1 = 4$).

Mit $d(N)$ bezeichnen wir die Anzahl der Teiler der Zahl (einschließlich 1 und N), z.B. $d(12) = 6$, da 12 die Teiler $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ hat, und $d(81) = 5$, da 81 die Teiler $\{1, 3, 9, 27, 81\}$ hat.

- a) Wenn $N = p^k$ ist, also nur eine Primzahl enthält, wie groß ist dann $d(N)$? Begründe!
 - b) Für beliebiges N (Zerlegung wie oben) ist $d(N) = (k_1 + 1) \cdot (k_2 + 1) \cdot \dots \cdot (k_l + 1)$. Überlege Dir, dass das richtig ist, falls: $N = \underbrace{p_1 \cdot \dots \cdot p_1}_{k_1\text{-mal}} \cdot \underbrace{p_2 \cdot \dots \cdot p_2}_{k_2\text{-mal}}$ ist!
 - c) Von einer Zahl N wissen wir, dass N durch 18 teilbar ist und dass $d(N) = 10$ ist. Bestimme N ! Gibt es nur ein solches N ? Begründe!
3. Der böartige Weihnachtself Weini verbreitet immer fiese Gerüchte. Aber man weiss, dass alle seine Gerüchte vollkommen gelogen sind und immer das Gegenteil richtig ist. Gestern behauptete er z.B.: „Es gibt ein Kind, zu dem der Weihnachtsmann nicht kommt.“ Da wir jedoch wissen, dass Weini immer lügt, wissen wir dann also: „Der Weihnachtsmann kommt zu allen Kindern.“! Was wissen wir aufgrund der folgenden fiesen Gerüchte Weinis? (Es reicht nicht, vor jede Aussage einfach ein „Nicht“ zu setzen, also bei obigen Beispiel einfach zu sagen „Es ist nicht wahr, dass es ein Kind gibt, zu dem der Weihnachtsmann nicht kommt.“)
 - a) Alle Kinder bekommen einen Teddybären.
 - b) Jedes Kind erhält keinen Ball.
 - c) Es gibt ein Kind, das keinen Kreisel bekommt.
 - d) Es gibt kein Kind, zu dem das Christkind kommt.
 - e) Kein Kind erhält kein Plätzchen.
 - f) Alle Kinder haben keinen Wunschzettel geschrieben.

Zusatz Weini erhält einen Ball und einen Kreisel.

4. Paula und Quentin spielen folgendes Spiel: Vor ihnen liegen 3 Haufen, einer mit 2 Stäbchen, einer mit 3 Stäbchen und einer mit 4 Stäbchen. Die Spieler ziehen abwechselnd, Paula beginnt. In jedem Zug darf ein Spieler von einem Haufen eine beliebige Anzahl von Stäbchen nehmen (aber immer mindestens eines). Der Spieler, der das letzte Stäbchen nehmen muss, verliert.
Paula kann dieses Spiel immer gewinnen. Was muss dann ihr erster Zug sein? Begründe, dass dann Quentin nicht mehr gewinnen kann.
Tipp: Untersuche das Problem zuerst für kleinere Ausgangshaufen: auf jedem Haufen ein Stäbchen und auf zwei Haufen je zwei Stäbchen, der dritte Haufen ist leer.

Schicke die Lösungen der Aufgaben bitte bis zum **15.01.2011** per Brief an

Nadine Große, Inselstr. 28, 04103 Leipzig

oder als Anhang einer Mail an NADINE.GROSSE@MATH.UNI-LEIPZIG.DE (bitte als Betreff immer LSGM angeben).

Frohe Weihnachten und alles Gute im neuen Jahr!