

## Korrespondenzzirkel Klasse 5 – 2. Serie

Liebe Schüler (und liebe Eltern),

hier nun die zweite der vier Übungsserien für dieses Schulhalbjahr. Ich hoffe, ihr seid mit den vorherigen Aufgaben gut zurecht gekommen, eure Lösungen, die ich korrigiert beigefügt habe, sprechen dafür. Ich möchte euch noch einmal daran erinnern, dass die Begründungen des Lösungsweges mindestens die Hälfte der Punkte in Matheolympiaden (und in höheren Klassenstufen) ausmachen - deswegen legt darauf bitte ganz besonderen Wert.

Die (wie schon angekündigt recht schwere 5. Aufgabe) bereitete die größten Probleme, deswegen hier die Musterlösung:

1	1		2		2
				3	
		5		4	
3	4		5		3
3			3		
		2		1	

- Betrachte A1: Eines der 4 umgebenden Felder schwarz, alle diese Felder grenzen an B1, somit C1, C2 weiß
- Betrachte 5 auf D4, min. zwei der drei in Zeile 3 angrenzenden Felder müssen schwarz sein, da die an die 5 angrenzenden Felder in Zeile 4 und 5 wegen der 3 auf D5 maximal 3 Stück sein können. Betrachte nun 3 auf E2, D4 und E4 können nicht beide schwarz sein, wegen den zweien auf D1 und F1 → C3 muss schwarz sein
- Betrachte 3 auf A4: alle 6 angrenzenden Felder grenzen auch an 4 auf B4 an, also hat die 4 mit diesen 3 schwarzen Feldern und dem auf C3 alle schwarzen Felder → C4 und C5 weiß

2		2
	3	
D	E	F

1

2

3

2		2
	3	
D	E	F

1

2

3

2		2
	3	
D	E	F

1

2

3

2		2
	3	
D	E	F

1

2

3

2		2
	3	
1 von diesen schwarz		
D	E	F

1

2

3

- wegen 3 auf E2 nur eines der Felder D3,E3 schwarz, da zwei der schwarzen Felder der 3 in den angrenzenden Feldern in Zeile 1 u. 2 sein müssen; folglich 3 Felder schwarz von D4,E4, D5,E5, somit hat 3 auf D5 dort alle Felder → D6,E6,C6 weiß
- wegen 1 auf E6 ist entweder D5 oder E5 schwarz (damit F5,F6 weiß), somit müssen, wegen 3 auf D5, D4,E4 schwarz sein
- Betrachte nun die Möglichkeiten für den Ausschnitt; die Variante oben links entfällt, weil die 4 auf E3 (hier nicht eingezeichnet) dann nur 3

- schwarze Felder hätte, in allen anderen Fällen hat die 4 ein schwarzes Feld in der 2. Reihe
- somit ist max. eines der Felder E3,F3,E4,F4, die die 3 auf F4 umgeben schwarz, also muss E5 schwarz sein, damit die 3 auf F4 drei schwarze Felder hat
  - somit D5 weiß, weil 3 auf D5 bereits 3 schwarze Felder hat
  - E3 mit 4 muss schwarz sein, wegen 5 auf D4
  - somit F3 und F4 weiß, weil 3 auf F4 bereits von drei schwarzen Feldern umgeben
  - wegen E3 schwarz bleibt nur untere Variante der Ausschnitte übrig → entsprechend vervollständigen
  - wegen 5 auf C3 müssen B2,B3,B4 schwarz sein, da sie als einzige noch C3 umgeben und schwarz sein können
  - somit 1 auf A1 „erfüllt“, damit A1,A2,B1 weiß
  - B5,B6 schwarz wegen 2 auf C6
  - alle anderen weiß, da Anzahl schwarzer Felder erfüllt  
→ gelöst

---

Zur Festigung der vorangegangenen Themenkomplexe wird die erste Aufgabe noch einmal ein Logikrätsel sein, danach beschäftigen wir uns mit Kryptogrammen und anschließend mit Zahlen, die bestimmte Eigenschaften erfüllen. Als Bearbeitungszeit sind wieder 4 Wochen vorgesehen, deswegen schickt mir bitte eure Lösungen (ganz wichtig sind die Begründungen, damit ich nachvollziehen kann, wie ihr zu der Lösung gekommen seid) bis zum **31.03.2012** an die folgende Adresse:

Maria Fuchs

Delitzscher Straße 7c, 04105 Leipzig

Ich werde sie dann korrigieren und zusammen mit der nächsten Serie an euch zurück schicken.

Das **erste Treffen** wird dann erst am **07.04.2012** stattfinden.

Sollten noch organisatorische Fragen oder Fragen zu den Aufgaben offen sein, dann schreibt mir doch einfach eine E-Mail ([maria.fuchs@maju.l.shuttle.de](mailto:maria.fuchs@maju.l.shuttle.de)) oder ruft mich an (0172-8745734). Leider hatte ich euch beim letzten Mal eine falsche Nummer gegeben.

## Hinweise und Beispiele

### Kryptogramme

Früher bezeichnete ein Kryptogramm einen Geheimtext, heutzutage bezeichnet ein Kryptogramm ein mathematisches Rätsel. Es ist eine mathematische Gleichung oder ein Gleichungssystem unbekannter Zahlen, deren Ziffern durch Buchstaben oder Symbole ersetzt wurden. Das Ziel ist, den Wert jedes Buchstabens zu finden. Dabei entsprechen gleiche Buchstaben den gleichen Ziffern und unterschiedliche Buchstaben müssen auch immer unterschiedliche Ziffern sein.

Die Gleichungen basieren dabei gewöhnlich auf Addition, Subtraktion, Multiplikation oder Division.

Wichtig ist es, immer ALLE Lösungen anzugeben, es kann nämlich gegebenenfalls mehrere Möglichkeiten geben, die das Kryptogramm lösen! Wenn es nur eine (oder keine) Lösung gibt, muss aus dem Lösungsweg hervorgehen, dass alle anderen Möglichkeiten nicht als Lösung des Kryptogramms in Frage kommen.

**Beispiel:**

$$\begin{array}{r} \text{S E N D} \\ + \text{M O R E} \\ \hline = \text{M O N E Y} \end{array}$$

**Vorgehensweise:**

Das Lösen von Kryptogrammen von Hand ist eine Mischung zwischen dem Testen und dem Ausschluss von Möglichkeiten. Zum Beispiel lösen die folgenden Überlegungen und Ausschlüsse das oben aufgeführte Kryptogramm  $\text{SEND} + \text{MORE} = \text{MONEY}$  (Nummerierung der Spalten von rechts nach links).

1. **M = 1**, weil es die einzige Möglichkeit für einen Übertrag der Summe zweier Ziffern aus Spalte 4 nach Spalte 5 ist.
2. Um einen Übertrag von Spalte 4 auf Spalte 5 zu bekommen, müsste **S = 8 oder 9 sein, S + M = 9 oder 10** sein und **O = 0 oder 1** sein. Da aber **M = 1** ist, muss **O = 0** sein.
3. Wenn es ein Übertrag von Spalte 3 nach Spalte 4 gäbe, dann müsste **E = 9** sein und **N = 0** sein. Da aber **O = 0** ist, existiert kein Übertrag und **S = 9**.
4. Wenn es keinen Übertrag von Spalte 2 nach Spalte 3 gäbe, dann müsste **E = N** sein, was unmöglich ist. Also existiert ein Übertrag und es gilt **N = E + 1**.
5. Wenn es keinen Übertrag von Spalte 1 nach Spalte 2 gäbe, dann müsste **N + R = E mod 10**. Mit **N = E + 1** folgt daraus **E + 1 + R = E mod 10** und damit **R = 9**. Da aber **S = 9** ist, existiert ein Übertrag und **R = 8**.
6. Um einen Übertrag von Spalte 1 nach Spalte 2 zu bekommen, muss **D + E = 10 + Y** sein. Da **Y ≠ 0 oder 1**, ist **D + E ≥ 12**. Wenn **D = 7** ist, dann muss **E ≥ 5** sein. Wenn **N ≤ 7** und **E = N - 1** ist, dann muss **E ≤ 6** sein. Daher ist **E = 5 oder 6**.
7. Wenn **E = 6** ist, dann müsste **D = 7** sein. Da aber wegen **N = E + 1** dann **N** ebenfalls 7 ist muss **E = 5** sein. Damit ist **N = 6**.
8. Da **D + E ≥ 12** ist, muss **D = 7** und somit **Y = 2** sein.

**Zahlen werden gesucht**

In den gestellten Aufgaben werden (wie der Name schon verrät) Zahlen gesucht, die bestimmte vorgegebene Eigenschaften haben. Zum Lösen der Aufgaben ist es von Vorteil, aus den Eigenschaften Gleichungen zu machen, falls das möglich ist, zum Beispiel lässt sich die Quersumme einer 3-stelligen Zahl als Summe  $x+y+z$  angeben, wenn  $x$  die Hunderterziffer,  $y$  die

Zehnerziffer und  $z$  die Einerziffer ist. Ebenfalls hilfreich ist die Kenntnis der Teilbarkeitsregeln für die geläufigen Teiler (2, 3, 4, 5, 6, 8, 10...).

Wichtig ist es, immer ALLE Lösungen anzugeben, es kann nämlich gegebenenfalls mehrere Zahlen geben, die die vorgegebenen Eigenschaften erfüllen! Wenn es nur eine (oder keine) Lösung gibt, muss aus dem Lösungsweg hervorgehen, dass alle anderen Zahlen nicht als Lösung in Frage kommen.

### Beispiel:

Von einer natürlichen Zahl  $n$  seien folgende Eigenschaften bekannt:

- a)  $n$  ist zweistellig
- b) die Quersumme von  $n$  ist 13
- c)  $n$  ist durch 5 teilbar

### Vorgehensweise:

- nutze die Hinweise, um aus ihnen Gleichungen oder Terme zu machen, hier:
- Sei  $x$  die Zehnerziffer von  $n$  und  $y$  die Einerziffer von  $n$  ( $n = 10x + y$ , Hinweis a)
- $x + y = 13$  (Hinweis b)
- entweder ist  $y = 0$  oder  $y = 5$  (Hinweis c und Teilbarkeitsregel für die 5)
- $y$  kann nicht 0 sein, denn dann kann die Summe  $x + y$  (also die Quersumme von  $n$ ) nicht mehr 13 werden, da  $x$  eine Ziffer von 0 bis 9 ist
- $\rightarrow y = 5 \rightarrow$  (wegen b)  $x = 8$
- $\rightarrow \underline{n = 85}$ , Eindeutigkeit durch Vorgehensweise gezeigt, alle Hinweise a) - c) erfüllt

## Aufgaben

### 1. Aufgabe - Logical III

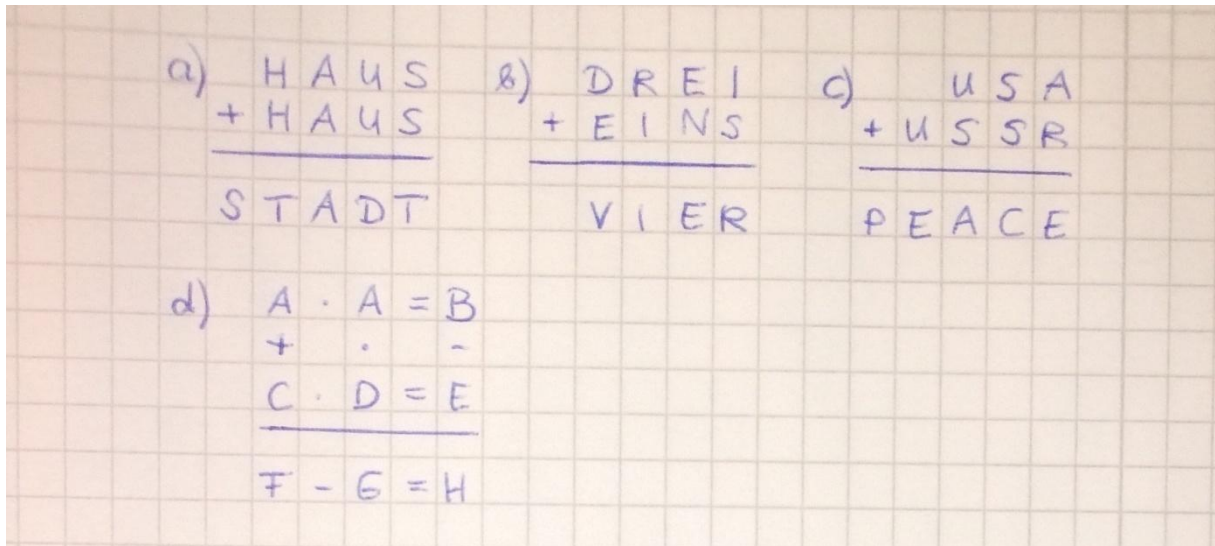
In einer russischen Stadt hat der Fleischer jeden Montag geschlossen, das Haushaltswarengeschäft am Dienstag, der Schuster jeden Donnerstag, der Optiker hat nur montags, mittwochs und freitags geöffnet. Sonntags sind alle Geschäfte geschlossen. Einmal gingen die Freundinnen Asja, Ira, Klawa und Shenja Besorgungen machen, jede in ein anderes Geschäft. Auf dem Weg tauschen sie Erfahrungen aus:

- (1) Asja: Shenja und ich wollten schon eher in dieser Woche gehen, aber da gab es keinen Tag, an dem wir beide hätten unsere Besorgungen machen können.
- (2) Ira: Ich wollte heute nicht gehen, aber morgen bekomme ich schon nicht mehr, was ich brauche.
- (3) Klawa: Ich hätte auch gestern oder vorgestern in den Laden gehen können.
- (4) Shenja: Und ich hätte auch gestern oder morgen gehen können.

**Weise nach, dass man aus diesen Angaben eindeutig ermitteln kann, wer in welchem Geschäft einkaufen wollte!**

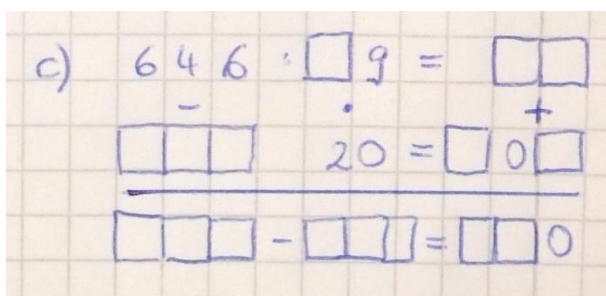
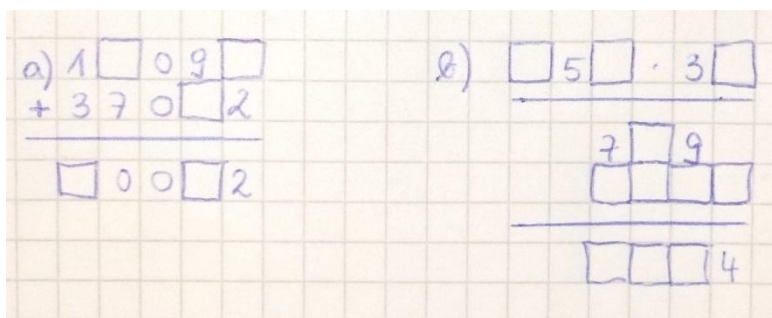
## 2. Aufgabe - Kryptogramme I

Fülle die leeren Felder jeweils so mit Ziffern aus, dass eine richtig gelöste Aufgabe entsteht!  
Gib alle Lösungen an, beziehungsweise zeige, dass es nur eine einzige Lösung gibt!



## 3. Aufgabe - Kryptogramme II

Für gleiche Variablen sind gleiche Ziffern, für verschiedene Variablen verschiedene Ziffern einzusetzen, so dass richtig gelöste Aufgaben entstehen! Gib alle Lösungen an, beziehungsweise zeige, dass es nur eine einzige Lösung gibt!



## 4. Aufgabe - Zahlen werden gesucht I

Weise nach, dass es eine natürliche Zahl gibt, die die folgenden Eigenschaften hat:

- (a) Die Zahl ist zweistellig.
- (b) Die Quersumme der Zahl ist 13.
- (c) Vertauscht man die Ziffern der Zahl, dann erhält man eine Zahl, die um 27 kleiner ist als die ursprüngliche Zahl.

## 5. Aufgabe - Zahlen werden gesucht II

- a) Gesucht sind alle zweistelligen Zahlen mit folgenden Eigenschaften:  
Die Summe ihrer Ziffern beträgt 10; vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu der so entstehenden Zahl die Zahl 2, dann erhält man das Dreifache der ursprünglichen Zahl.
  
- b) Ermittle alle natürlichen Zahlen  $n$ , die folgende Bedingungen erfüllen:
  - (1) Dividiert man 100 durch  $n$ , dann bleibt der Rest 4;
  - (2) Dividiert man 90 durch  $n$ , dann bleibt der Rest 18.