

# Korrespondenz-Seminar der LSGM 2010/11

## Klasse 7, Serie 5

**Aufgabe 1** Gegeben seien zwei natürliche Zahlen  $a$  und  $b$ . Beweise den folgenden Satz: Wenn  $a$  bei der Division durch 24 den Rest 7 und  $b$  bei der Division durch 24 den Rest 5 lässt, dann ist die Differenz der Quadrate dieser beiden Zahlen durch 24 teilbar.

*Hinweis.* Übersetze diese Aufgabe in die Sprache der Kongruenzen. Wiederhole im Arbeitsmaterial die auf Seite 15 angegebenen Sätze.

**Aufgabe 2** a) Welchen Rest lassen  $43^7$  bzw.  $87^{13}$  bei der Division durch 44?

b) Zeige, dass  $44 \mid 43^7 - 87^{13}$ .

c) (Zusatzaufgabe). Zeige, dass für alle ungeraden natürlichen Zahlen  $u$  und  $v$  die Zahl  $z = 43^u - 87^v$  durch 44 teilbar ist.

*Hinweis.* Auch hier kann das Rechnen mit Kongruenzen helfen. Wiederhole die im Arbeitsmaterial auf Seite 16 gegebenen Hinweise.

**Aufgabe 3** Es sei  $p_n$  die  $n$ -te Primzahl der Primzahlfolge. Ermittle alle natürlichen Zahlen  $n$ , für die  $p_n = 2n + 1$  gilt.

*Hinweis.* Suche nach einer Vermutung und beweise diese Vermutung. Wiederhole im Arbeitsmaterial den Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben).

**Aufgabe 4** Ermittle alle Tripel  $(x, y, z)$  aus natürlichen Zahlen, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

- (1) Die Summe der drei Zahlen beträgt 945.
- (2) Ein Sechstel der ersten Zahl ist gleich einem Siebtel der zweiten Zahl und auch gleich einem Achtel der dritten Zahl.

**Aufgabe 5** Herr Anders fuhr mit seinem PKW mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h an einer Tankstelle (A) vorbei. Nach einer weiteren Fahrstrecke von 175 km merkte Herr Anders, dass sein Benzinvorrat nicht mehr ausreichen würde, um die nächste Tankstelle (B) zu erreichen, die von dieser Stelle aus noch 45 km entfernt liegt. Er verringerte daher seine Geschwindigkeit auf 60 km/h, um weniger Benzin zu verbrauchen.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit legte Herr Anders die Strecke zwischen A und B zurück?

**Einsendeschluss: 11. März 2011**