

# Korrespondenz-Seminar der LSGM 2010/11

## Klasse 7, Serie 4

**Aufgabe 1** Zu konstruieren sind alle Vierecke  $ABCD$ , die die folgenden Bedingungen erfüllen:

(a)  $\overline{AB} = a = 8 \text{ cm}$

(b)  $\overline{CD} = c = 3 \text{ cm}$

(c)  $\overline{AC} = e = 7 \text{ cm}$

(d)  $\overline{BD} = f = 6 \text{ cm}$

(e)  $ABCD$  ist ein Trapez mit  $AB \parallel CD$ .

a) Gib eine Konstruktionsbeschreibung an und konstruiere ein derartiges Trapez.

b) Beweise: Wenn ein Viereck, wie von dir beschrieben konstruiert wird, dann erfüllt es die Bedingungen (a) bis (e) (Existenznachweis).

c) Beweise: Wenn ein Viereck die Bedingungen (a) bis (e) erfüllt, dann lässt es sich wie beschrieben konstruieren (Einzigkeitsnachweis).

*Hinweis.* Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben) sowie in „Regeln“ auf Seite 10 die Regeln (2.1) und (2.2). Man kann auf der Geraden  $AB$  einen Hilfspunkt  $E$  so wählen, dass ein konstruierbares Hilfsdreieck  $AEC$  und ein nützliches Hilfsviereck  $BECD$  entstehen.

**Aufgabe 2** a) Welche der folgenden Kongruenzen sind wahr und welche sind falsch? Vereinfache die wahren Kongruenzen durch Division auf beiden Seiten so weit wie möglich:

$$666 \equiv 414 \pmod{63}; \quad 401276 \equiv 25362 \pmod{99}; \quad 9945 \equiv 4590 \pmod{357}.$$

b) Auf welche Ziffer endet das Produkt

$$z = 123456^{789} \cdot 1999^{1999} \cdot 3553^{35}?$$

*Hinweis.* Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3 (Das Rechnen mit Kongruenzen) und wiederhole im Abschnitt 3.1 den Euklidischen Algorithmus.

**Aufgabe 3** In einem gleichschenkligen Dreieck  $ABC$  mit der Basis  $\overline{AB}$  sei  $\angle ACB = \gamma = 120^\circ$ . Beweise, dass die beiden Mittelsenkrechten der Seiten  $\overline{BC}$  und  $\overline{AC}$  die Seite  $\overline{AB}$  in drei gleiche Teile teilen.

**Aufgabe 4** Eine quadratförmige schachbrettartige Tabelle bestehe aus  $15 \times 15$  Feldern. Eine der beiden Diagonalen des Quadrats sei  $d$  genannt. In jedes der 225 Felder der Tabelle kann eine der Zahlen 1 bis 15 so eingetragen werden, dass die folgenden Bedingungen erfüllt sind

- (a) Jede waagerechte Zeile enthält jede der 15 Zahlen genau einmal.
- (b) Für je zwei Felder, die symmetrisch zu  $d$  liegen gilt: die Zahlen in diesen Feldern sind gleich.

Für jede derartige Eintragung kann man die Summe aus denjenigen Zahlen bilden, die in den 15 von  $d$  durchquerten Feldern stehen.

Beweise, dass diese Summe durch die Bedingungen (a) und (b) eindeutig bestimmt ist, und ermittle diese Summe.

**Aufgabe 5** Drei Pumpen  $A$ ,  $B$  und  $C$  arbeiten mit unterschiedlicher Leistung. Bei gleichzeitigem Einsatz füllen sie ein Wasserbecken  $W$  in genau einer Stunde.

Eines Morgens werden die drei Pumpen um 8:00 Uhr in Betrieb gesetzt; um 8:30 Uhr wird Pumpe  $A$  abgeschaltet. Es dauert nun bis 9:20 Uhr, bis die Pumpen  $B$  und  $C$  gemeinsam das Becken  $W$  vollständig gefüllt haben.

Am folgenden Tag soll das Becken  $W$  nur durch Pumpe  $A$  gefüllt werden. Wie lange dauert das?

**Einsendeschluss: 21. Januar 2011**