Korrespondenz-Seminar der LSGM 2010/11

Klasse 7, Serie 2

Aufgabe 1 a) Ermittle den größten gemeinsamen Teiler $\text{ggT}(12797; 6499)$ mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus und zerlege die beiden Zahlen in Primfaktoren.

b) Vereinfache den folgenden Bruch durch Kürzen: $\dfrac{3043}{4117}$.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.1 (Grundgleichung der Zahlentheorie und Euklidischer Algorithmus).

Aufgabe 2 Ermittle die Menge aller Tripel (a, b, c) natürlicher Zahlen, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

(a) $a < b < c$. (b) $6 \mid (a + b + c)$ (c) $a \cdot b \cdot c = 30$.

Ändert sich die Erfüllungsmenge, wenn man zusätzlich verlangt, dass $a + b < c$ gelten soll?

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ aus dem Abschnitt 1.3 (Aussageformen und Mengen) sowie den Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben) und in in „Regeln“ auf Seite 12 die Regeln (3.1) und (3.2).

Aufgabe 3 Es sei S der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden $\overline{CS_c}$ und $\overline{AS_a}$ eines Dreiecks ABC, und X sei der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AS}$. Es sei Y derjenige Punkt auf der Verlängerung von CS_c über S_c hinaus, für den $\left|\overline{CS_c}\right| = 3\left|\overline{YS_c}\right|$ gilt.

Beweise, dass aus diesen Voraussetzungen folgt, dass XYS_aC ein Parallelogramm ist.

Hinweis. Informiere dich in „Sätze“ unter Abschnitt IVd über die Eigenschaft des Schnittpunkts der Seitenhalbierenden eines Dreiecks und suche im Abschnitt 6 in „Beweismittel“ nach derjenigen Parallelogrammeigenschaft, die aus den gegebenen Voraussetzungen am leichtesten ableitbar ist. Wiederhole in „Regeln“ auf Seite 6 die Regeln (2.1) und (2.2).

Aufgabe 4 In einer Ebene seien 100 verschiedene Punkte so gelegen, dass die folgenden beiden Bedingungen erfüllt sind:

(a) Es gibt genau eine Gerade, auf der mehr als zwei dieser 100 Punkte liegen.
(b) Auf dieser Geraden liegen genau drei dieser 100 Punkte.

Ermittle die Anzahl aller verschiedenen Geraden, die durch mehr als einen dieser 100 Punkte gehen.

Aufgabe 5 a) Herr Müller hat 2 Garagen für insgesamt 8000€ gebaut. Er vermietet sie. Die jährlichen Unkosten für Instandhaltung und Beleuchtung betragen zusammen 160€. Sie werden von den Mietern gefordert. Von den verbleibenden jährlichen Mieteinnahmen muss Herr Müller noch 20% Steuern zahlen. Sein jährlicher Reingewinn beträgt 8% der Baukosten.

Wie hoch ist die Monatsmiete für jede der beiden Garagen?
Nach wie vielen Jahren haben sich die Garagen durch die Mieteinnahmen amortisiert (d. h. ist der erzielte Reingewinn mindestens gleich den Baukosten)?

b) Bei einer Schulsprecherwahl bewarbei sich 2 Kandidaten. Die Wahlbeteiligung betrug 90%. Es waren 128 Stimmen ungültig. Obwohl der Sieger nur von 49% der Stimmberechtigten gewählt wurde, erhielt er doch 248 Stimmen mehr als der Verlierer.

Wie viele Stimmen erhielt der Sieger?

Einsendeschluss: 29. 10. 2010