

Kozi Klasse 6 - Aufgabenserie 4

- Die Deutsche Mathematikervereinigung stellt jedes Jahr einen mathematischen Adventskalender ins Internet. Dort kannst du jeden Tag eine Aufgabe lösen:

www.mathe-im-advent.de

- Das zweite Treffen des Korrespondenzzirkels findet am 05.02.2011, von 9:00 Uhr bis 12:00 Uhr, statt.

1. Der Weihnachtsmann und seine Helfer nutzen in ihrer Werkstatt ihre eigene Währung: Ren. Es gibt allerdings nur 5 Ren-Scheine und 7 Ren-Scheine.
 - a) Der Weihnachtsmann will sich in seiner Pause ein Stück Stolle kaufen. Das kostet 1 Ren. Wie viele Ren muss er mindestens hingeben, damit er das volle Wechselgeld zurück erhalten kann (Würde er einen 5 Ren Schein hinlegen, bekäme er z.B. nichts zurück, da es keinen 4 Ren oder noch kleineren Schein gibt.)?
 - b) In der Werkstatt gibt es auch Verkaufsautomaten. Allerdings akzeptieren nur Geld in exakter Höhe des Preises; sie geben also kein Wechselgeld und man darf auch nicht zuviel bezahlen. (Das Stück Stolle zu einem Ren kann also nicht am Automaten gekauft werden, da es keine 1 Ren-Scheine gibt.) Liste alle möglichen Preise auf, die nicht exakt bezahlt werden können. Begründe!
2. Wir zerlegen eine Zahl N in seine Primfaktoren

$$N = \underbrace{p_1 \cdot \dots \cdot p_1}_{k_1\text{-mal}} \cdot \underbrace{p_2 \cdot \dots \cdot p_2}_{k_2\text{-mal}} \cdot \dots \cdot \underbrace{p_l \cdot \dots \cdot p_l}_{k_l\text{-mal}},$$

hierbei sind p_1 bis p_l verschiedene Primzahlen. Z.B. ist $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ ($p_1 = 2$ mit $k_1 = 2$ und $p_2 = 3$ mit $k_2 = 1$) und $81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ (mit $p_1 = 3$ und $k_1 = 4$).

Mit $d(N)$ bezeichnen wir die Anzahl der Teiler der Zahl (einschließlich 1 und N), z.B. $d(12) = 6$, da 12 die Teiler $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ hat, und $d(81) = 5$, da 81 die Teiler $\{1, 3, 9, 27, 81\}$ hat.

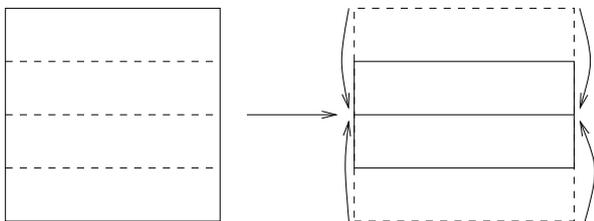
- a) Wenn $N = p^k$ ist, also nur eine Primzahl enthält, wie groß ist dann $d(N)$? Begründe!
 - b) Für beliebiges N (Zerlegung wie oben) ist $d(N) = (k_1 + 1) \cdot (k_2 + 1) \cdot \dots \cdot (k_l + 1)$. Überlege Dir, dass das richtig ist, falls: $N = \underbrace{p_1 \cdot \dots \cdot p_1}_{k_1\text{-mal}} \cdot \underbrace{p_2 \cdot \dots \cdot p_2}_{k_2\text{-mal}}$ ist!
 - c) Von einer Zahl N wissen wir, dass N durch 18 teilbar ist und dass $d(N) = 10$ ist. Bestimme N ! Gibt es nur ein solches N ? Begründe!
3. Die 3. Aufgabe ist die Faltaufgabe auf dem Extrablatt. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen des entstehenden Körpers! (Das Volumen einer Pyramide berechnet sich durch Grundfläche mal Höhe durch 3.)
 4. Der böartige Weihnachtsself Weini verbreitet immer fiese Gerüchte. Aber man weiss, dass alle seine Gerüchte vollkommen gelogen sind und immer das Gegenteil richtig ist. Gestern behauptete er z.B.: „Es gibt ein Kind, zu dem der Weihnachtsmann nicht kommt.“ Da wir jedoch wissen, dass Weini immer lügt, wissen wir dann also: „Der Weihnachtsmann kommt zu allen Kindern.“! Was wissen wir aufgrund der folgenden fiesen Gerüchte Weinis? (Es reicht nicht, vor jede Aussage einfach ein „Nicht“ zu setzen, also bei obigen Beispiel einfach zu sagen „Es ist nicht wahr, dass es ein Kind gibt, zu dem der Weihnachtsmann nicht kommt.“)
 - a Alle Kinder bekommen einen Teddybären.
 - b Jedes Kind erhält keinen Ball.
 - c Es gibt ein Kind, das keinen Kreisel bekommt.
 - d Es gibt kein Kind, zu dem das Christkind kommt.
 - e Kein Kind erhält kein Plätzchen.
 - f Alle Kinder haben keinen Wunschzettel geschrieben.
- Zusatz Weini erhält einen Ball und einen Kreisel.

5. Paula und Quentin spielen folgendes Spiel: Vor ihnen liegen 3 Haufen, einer mit 2 Stäbchen, einer mit 3 Stäbchen und einer mit 4 Stäbchen. Die Spieler ziehen abwechselnd, Paula beginnt. In jedem Zug darf ein Spieler von einem Haufen eine beliebige Anzahl von Stäbchen nehmen (aber immer mindestens eines). Der Spieler, der das letzte Stäbchen nehmen muss, verliert. Paula kann dieses Spiel immer gewinnen. Was muss dann ihr erster Zug sein? Begründe, dass dann Quentin nicht mehr gewinnen kann.

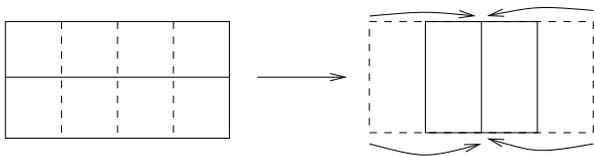
Tipp: Untersuche das Problem zuerst für kleinere Ausgangshaufen: auf jedem Haufen ein Stäbchen und auf zwei Haufen je zwei Stäbchen, der dritte Haufen ist leer.

Anleitung für den Kolumbuswürfel

Baue einen Würfel mit eingesprungener Ecke! Dazu benötigst Du 6 quadratische Blätter (Seitenlänge 15cm).

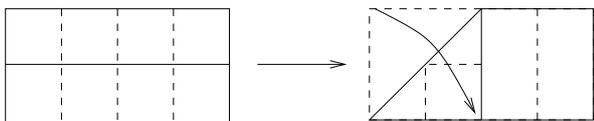


Beginne mit einem Quadrat und falte jeweils die obere und untere Kante auf die waagerechte Mittellinie.

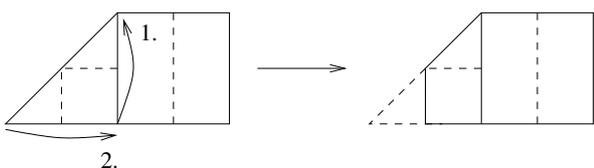


Falte nun auch die rechte und linke Kante auf die senkrechte Mittellinie und entfalte dieses Schritt wieder.

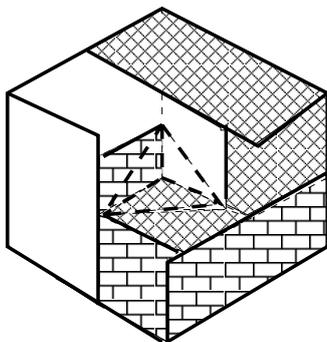
Diese ersten beiden Schritte führst du mit allen Quadraten aus. Lege dann drei davon zur Seite und führe die nächsten zwei Schritte nur mit den verbleibenden drei Quadraten aus.



Falte die linke obere Ecke zur Mitte der unteren Kante, so dass ein Dreieck entsteht.



Falte nun die Ecke, die sich jetzt auf der Mitte der unteren Kante befindet, auf die Mitte der oberen Kante (Schritt 1.). Aber noch während dieses ersten Schrittes (also fast gleichzeitig) falte die linke untere Ecke auf die Mitte der unteren Kante (Schritt 2.).



Füge nun diese drei Teile wie im Bild zusammen, so dass eine einspringende Ecke entsteht. Durch die restlichen 3 Teile wird dann der Würfel vervollständigt. Dabei werden die 'Seitenflügel' der Teile immer in den Würfel hineingesteckt.

Eine 'dreidimensionaler' wirkende Version des linken Bildes findest Du auf der Webseite.