

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2009/10

Klasse 7, Serie 6

Aufgabe 1 Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen über dem Bereich der rationalen Zahlen:

$$\text{a1) } \sqrt{32-x} + 12 \leq 10; \quad \text{a2) } \frac{3x+14}{7-2x} > 0.$$

b) Wir betrachten die Gleichung mit Parameter p :

$$\frac{4}{5(x+2)} = \frac{2}{x+2} - \frac{p}{15}.$$

Ermittle jeweils den Wert des Parameters p , für den gilt

- b1) Die Gleichung hat keine Lösung.
- b2) Die Gleichung hat genau die Lösung $x = 2$.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.1 (Einige Begriffe) und den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen) sowie in „Regeln“ auf Seite 15 die Regeln (3.2) und (2.1).

Aufgabe 2 Beweise, dass für alle rationalen Zahlen x die folgende Ungleichung gilt:

$$\frac{x^2}{1+x^4} \leq \frac{1}{2}.$$

Für welche Werte von x gilt das Gleichheitszeichen?

Hinweis. Lies dazu in „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) und in „Regeln“ auf Seite 14 die Regeln (1) und (2.2.1).

Aufgabe 3 a) Zerlege so weit wie möglich in Faktoren: $3x^3 - x^2y - 3xy^2 + y^3$.
b) Addiere jeweils die Brüche und vereinfache soweit wie möglich.

$$\frac{(2x-3)^2}{14} - \frac{8x^2 - 3(11x-27)}{77} - \frac{(2x+3)(2x-3)}{22} = \dots$$
$$\frac{(3a+b)(3a-b)}{102} - \frac{29a^2 - 4b(17a-b)}{1292} - \frac{(5a-b)(a+b)}{76} = \dots$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen).

Aufgabe 4 Auf welche Ziffer endet

$$z = 1992^{115} \cdot 1993^{116} \cdot 1994^{117} \cdot 1997^{118}?$$

Hinweis. Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt Abschnitt 3.3 (Das Rechnen mit Kongruenzen).

Aufgabe 5 a) Marie bekommt von ihrer Mutter Geld für den Einkauf. Sie bezahlt für die Wurst an der Theke 30% und für die Milch 5% des zur Verfügung stehenden Betrages. Für Obst und Gemüse gibt sie 5% mehr als für Wurst aus. Als sie nach Hause kommt, gibt ihr die Mutter ein Drittel des noch verbleibenden Geldes als Taschengeld. Das waren genau 1,42€. Welchen Geldbetrag hatte Marie von ihrer Mutter für den Einkauf bekommen?

b) Der Leiter eines Schuhgeschäfts bezieht Herrensandalen zum Einkaufspreis von x € pro Paar. Darauf schlägt er 18€ Handelsspanne auf jedes Paar auf. Zu Beginn des Sommerchlussverkaufes senkt er den Verkaufspreis zunächst um 20% und dann noch einmal, bezogen auf den bereits gesenkten Preis, um 40%. Dabei verdient er dennoch an jedem verkauften Paar, gemessen am Einkaufspreis, 5€.

Berechne den Einkaufspreis.

Einsendeschluss: 11. Mai 2010