

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2009/10

Klasse 7, Serie 5

Aufgabe 1 Gegeben seien zwei natürliche Zahlen a und b , die bei Division durch 56 den Rest 9 bzw. 5 lassen.

- Ermittle den (kleinsten positiven) Rest, den die Summe der Quadrate dieser beiden Zahlen bei Division durch 56 lässt.
- Durch welche positiven ganzen Zahlen ist unter den obigen Voraussetzungen $a^2 - b^2$ stets teilbar?

Hinweis. Übersetze diese Aufgabe in die Sprache der Kongruenzen. Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3.

Aufgabe 2 Aus den folgenden 5 Aussagen folgt eine bestimmte Aussage. Wie lautet sie?

- (1) Wenn es nicht friert, dann sitzt die Katze nicht hinterm Ofen..
- (2) Wenn es friert, dann ist der Winter nicht mehr weit.
- (3) Wir schalten kein Licht ein, oder die Katze sitzt hinterm Ofen.
- (4) Dass es draußen stürmt und schneit ist hinreichend dafür, dass es dunkel ist.
- (5) Dass wir Licht einschalten ist notwendig dafür, dass es dunkel ist.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ die Abschnitte 1.1 und 1.2.1. Bestimme die logische Struktur der gegebenen Aussagen und forme zweckmäßig um, sodass eine Kette von Implikationen entsteht.

Aufgabe 3 Wenn ein Viereck ein Paar benachbarter gleich langer Seiten und drei rechte Winkel hat, dann stehen in diesem Viereck die Diagonalen aufeinander senkrecht.

- a) Beweise diesen Satz.
- b) Bilde von diesem Satz alle möglichen Umkehrungen und untersuche, ob sie wahr oder falsch sind.
- c) Fasse den Satz und die wahren Umkehrungen zu „Genau-dann-wenn-Sätzen“ zusammen.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.2. (Logische Verwandtschaften zwischen Aussagen) sowie 1.2.1 und 1.2.2. Wiederhole den Abschnitt 1.4 (Das Beweisen von Sätzen) und lies in „Regeln“ auf Seite 6 die Regeln (1), (2.1), (2.2).

Aufgabe 4 Es sei S der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden eines Dreiecks ABC mit $\alpha = \angle BAC$, und es gelte $\angle BSC = 4\alpha$.

Weise nach, dass unter diesen Bedingungen die Größe des Winkels α eindeutig bestimmt ist, und ermittle α .

Aufgabe 5 In einem Lehrbuch aus dem Jahre 1525 wird sinngemäß die folgende Aufgabe gestellt:

Ein Hund jagt einen Fuchs. Jeweils in der Zeit, in der der Fuchs 9 Sprünge macht, macht der Hund 6 Sprünge, aber mit 3 Sprüngen legt der Hund einen ebenso langen Weg zurück wie der Fuchs mit 7 Sprüngen. Es wird vorausgesetzt, dass der Hund der Spur des Fuchses folgt und dass beide ihren ersten Sprung gleichzeitig beginnen.

Mit wie vielen Sprüngen holt der Hund den Fuchs ein, wenn der Fuchs zu Beginn 60 Fuchssprünge Vorsprung hat?

Einsendeschluss: 9. April 2010