

# Korrespondenz-Seminar der LSGM 2008/9

## Klasse 7, Serie 7

**Aufgabe 1** Wir betrachten die folgende Gleichung:

$$\frac{px}{6} - \frac{14}{3} = \frac{3x}{2} - \frac{4x}{3}.$$

- Für welchen Wert des Parameters  $p$  erhält man  $x = 4$  als einzige Lösung?
- Gibt es Parameterwerte  $p$ , für die die Lösungsmenge  $L = \emptyset$  bzw.  $L = \{0\}$  ist?

*Hinweis.* Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen).

**Aufgabe 2** Beweise den folgenden Satz: Das geometrische Mittel zweier positiver rationaler Zahlen ist niemals größer als ihr arithmetisches Mittel.

In welchem Fall gilt das Gleichheitszeichen?

*Hinweis.* Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ die Abschnitte 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) und sowie in „Regeln“ auf S. 14 die Regel (1) und (2.2.1).

**Aufgabe 3** Es seien  $p$  und  $2p + 1$  Primzahlen mit  $p \neq 3$ . Beweise, dass dann  $4p + 1$  keine Primzahl ist.

Leite aus diesen Voraussetzungen noch andere Behauptungen — etwa über  $5p + 2$  oder ähnliche Terme — ab.

*Hinweis.* Wiederhole dazu in „Regeln“ auf Seite 11 die Regeln (1) und (5).

**Aufgabe 4** Es seien  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BE}$  und  $\overline{CF}$  die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks  $ABC$ , die einander im Punkt  $S$  schneiden, und  $M$  sein der Schnittpunkt von  $\overline{DF}$  und  $\overline{BE}$ . Beweise, dass dann gilt:

- $M$  halbiert die Strecken  $\overline{DF}$  und  $\overline{BE}$ .
- Die Dreiecke  $FBS$  und  $DBS$  sind flächeninhaltsgleich.
- Es gilt  $\overline{AS} = 2\overline{DS}$ , das heißt, der Punkt  $S$  teilt die Seitenhalbierende  $\overline{AD}$  im Verhältnis 2:1.

*Hinweis.* Wiederhole in „Sätze“ im Abschnitt IV (Dreiecke) die Sätze S6 und Z7 sowie in Abschnitt V (Vierecke) den Satz Z3.

**Aufgabe 5** Vier Lastkraftwagen  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$  befahren dieselbe Strecke. Fährt  $A$  mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von  $56\text{ km/h}$  und  $B$  mit  $40\text{ km/h}$ , dann benötigt  $A$  genau 2 Stunden weniger als  $B$  für diese Strecke.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit müsste  $C$  fahren, wenn  $D$  genau 4 Stunden eher als  $C$  abfahren, durchschnittlich mit  $35\text{ km/h}$  fahren und gleichzeitig mit  $C$  am gemeinsamen Ziel ankommen soll?

**Einsendeschluss: 19. Juni 2009**