

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2008/9

Klasse 7, Serie 7

Aufgabe 1 Wir betrachten die folgende Gleichung:

$$\frac{px}{6} - \frac{14}{3} = \frac{3x}{2} - \frac{4x}{3}.$$

- Für welchen Wert des Parameters p erhält man $x = 4$ als einzige Lösung?
- Gibt es Parameterwerte p , für die die Lösungsmenge $L = \emptyset$ bzw. $L = \{0\}$ ist?

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen).

Aufgabe 2 Beweise den folgenden Satz: Das geometrische Mittel zweier positiver rationaler Zahlen ist niemals größer als ihr arithmetisches Mittel.

In welchem Fall gilt das Gleichheitszeichen?

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ die Abschnitte 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) und sowie in „Regeln“ auf S. 14 die Regel (1) und (2.2.1).

Aufgabe 3 Es seien p und $2p + 1$ Primzahlen mit $p \neq 3$. Beweise, dass dann $4p + 1$ keine Primzahl ist.

Leite aus diesen Voraussetzungen noch andere Behauptungen — etwa über $5p + 2$ oder ähnliche Terme — ab.

Hinweis. Wiederhole dazu in „Regeln“ auf Seite 11 die Regeln (1) und (5).

Aufgabe 4 Es seien \overline{AD} , \overline{BE} und \overline{CF} die drei Seitenhalbierenden eines Dreiecks ABC , die einander im Punkt S schneiden, und M sein der Schnittpunkt von \overline{DF} und \overline{BE} . Beweise, dass dann gilt:

- M halbiert die Strecken \overline{DF} und \overline{BE} .
- Die Dreiecke FBS und DBS sind flächeninhaltsgleich.
- Es gilt $\overline{AS} = 2\overline{DS}$, das heißt, der Punkt S teilt die Seitenhalbierende \overline{AD} im Verhältnis 2: 1.

Hinweis. Wiederhole in „Sätze“ im Abschnitt IV (Dreiecke) die Sätze S6 und Z7 sowie in Abschnitt V (Vierecke) den Satz Z3.

Aufgabe 5 Vier Lastkraftwagen A , B , C und D befahren dieselbe Strecke. Führt A mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 56 km/h und B mit 40 km/h , dann benötigt A genau 2 Stunden weniger als B für diese Strecke.

Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit müsste C fahren, wenn D genau 4 Stunden eher als C abfahren, durchschnittlich mit 35 km/h fahren und gleichzeitig mit C am gemeinsamen Ziel ankommen soll?

Einsendeschluss: 19. Juni 2009