

# Korrespondenz-Seminar der LSGM 2008/9

## Klasse 7, Serie 5

**Aufgabe 1** Es sei  $n$  eine natürliche Zahl und  $z = 428^{2n} - 14^{2n}$ . Beweise, dass dann stets gilt  $598 \mid z$ .

*Hinweis.* 598 lässt sich als Produkt dreier Primzahlen darstellen. Das Rechnen mit Kongruenzen ist hier ein nützliches Hilfsmittel. Wiederhole im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.1 „Regeln“ auf den Seiten 11 die Regeln (1), (5), (2.1) und (2.2).

**Aufgabe 2** Gegeben seien die folgenden Aussagen.

V1:  $p$  ist eine Primzahl.

V2:  $p > 3$ .

B:  $p^2 - 1$  ist durch 24 teilbar.

a) Beweise, dass für alle natürlichen Zahlen  $p$  gilt:  $V1 \wedge V2 \Rightarrow B$ .

b) Bilde die Umkehrung des Satzes und beweise oder widerlege sie.

*Hinweis.* Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ die Abschnitte 1.2.1, 1.2.2, 1.2.3 und 3.2.1.

**Aufgabe 3** Es sei  $ABC$  ein rechtwinkliges Dreieck mit rechtem Winkel bei  $A$ . Über der Seite  $BC$  sei ein Quadrat mit dem Diagonalschnittpunkt  $S$  so gezeichnet, dass das Dreieck  $ABC$  nicht überdeckt wird. Das Lot von  $S$  auf die Gerade  $AB$  habe den Fußpunkt  $D$ . Das Lot von  $S$  auf die Gerade  $AC$  habe den Fußpunkt  $E$ .

Beweise, dass das Viereck  $ADSE$  ein Quadrat ist.

**Aufgabe 4** Lisa, Maxi und Nicole machen beim Hochsprung den Sieg unter sich aus. Über das Ergebnis des Wettkampfes erzählt Tom: „Lisa wurde nicht Erste. Nicole wurde nicht Zweite. Maxi wurde Zweite.“ Es stellte sich aber heraus, dass von den drei Aussagen Toms genau eine richtig war.

Welches der Mädchen gewann den Wettkampf, wenn außerdem bekannt ist, dass die genannten Mädchen unterschiedliche Höhen übersprangen?

**Aufgabe 5** a) Es seien  $x$  und  $y$  positive rationale Zahlen, für die Folgendes gilt: Vermindert man  $x$  um 10%, dann erhält man 297. Vergrößert man  $y$  um 10%, dann erhält man 297. Wie viel Prozent von  $x$  beträgt dann  $y$ ?

Gib den Prozentsatz auf zwei Dezimalstellen nach dem Komma gerundet an.

b) Es seien  $p$  und  $q$  rationale Zahlen mit  $0 < p < 100$  und  $0 < q$ . Ferner seien  $x$  und  $y$  positive rationale Zahlen. Es gelte

Vermindert man  $x$  um  $p\%$ , dann erhält man  $q$ .

Vergrößert man  $y$  um  $p\%$ , dann erhält man ebenfalls  $q$ .

Wie groß muss  $p$  gewählt werden, damit  $y$  genau 50% von  $x$  beträgt?

*Hinweis.* Beachte, dass a) als Spezialfall in b) enthalten ist.

**Einsendeschluss: 3. April 2009**