

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2008/9

Klasse 7, Serie 4

Aufgabe 1 Zu konstruieren sind alle Vierecke $ABCD$, die die folgenden Bedingungen erfüllen:

- (a) $ABCD$ ist ein Parallelogramm.
- (b) $\overline{AB} = a = 7 \text{ cm}$.
- (c) $\overline{AC} = e = 10 \text{ cm}$.
- (d) $\overline{BD} = f = 8 \text{ cm}$.

a) Gib eine Konstruktionsbeschreibung an und konstruiere ein derartiges Parallelogramm mit Zirkel und Lineal.

b) Beweise, dass das von dir konstruierte Viereck auch tatsächlich alle obigen Bedingungen (a) bis (d) erfüllt.

c) Ist die Konstruktion eindeutig?

Hinweis. Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 2.1 (Konstruktionsaufgaben) sowie in „Regeln“ auf den Seiten 9/10 die Regeln (1) und (3.1). Lies in „Sätze“ im Abschnitt V (Vierecke) den Satz Z3).

Aufgabe 2 Überzeuge dich davon, dass die folgenden Kongruenzaussagen wahr sind. Vereinfache die Kongruenzen durch Division auf beiden Seiten:

$$64 \equiv 40 \pmod{12} \quad 196 \equiv 378 \pmod{91} \quad 306 \equiv 663 \pmod{357}.$$

b) Auf welche Ziffer endet das Produkt

$$z = 39786^{33} \cdot 387692^{14} \cdot 1997^6 \cdot 76999^{45}?$$

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.3 (Das Rechnen mit Kongruenzen).

Aufgabe 3 a) Beweise: Wenn $ABCD$ ein Parallelogramm ist und M der Schnittpunkt seiner Diagonalen, dann sind die vier Teildreiecke ABM , BCM , CDM und DAM flächengleich. Stelle den Beweis in Form eines Beweisschemas dar.

b) Bilde zu dem obigen Satz (S) aus a) mit zwei Voraussetzungen die Umkehrungen (U), (U_1) und (U_2) und äußere deine Vermutungen über den Wahrheitswert. Wenn eine dieser Umkehrungen eine falsche Aussage ist, dann ist sie durch ein Gegenbeispiel zu widerlegen.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.2.2 (Das Umkehren von Sätzen). Informiere dich über die Flächeninhaltsformel für Dreiecke. Lies in „Sätze“ den Abschnitt V (Vierecke).

Aufgabe 4 Eines Morgens entdeckte der Direktor einer Schule, dass eine Fensterscheibe im Klassenzimmer der Klasse 7a zerbrochen war. Er rief die neun ungezogensten Schüler dieser Klasse zu sich und fragte, wer die Scheibe zerschlagen habe. Sie gaben die folgenden Antworten:

- (1) Roland: „Bert war's.“
- (2) Alex: „Nein, Bert ist es nicht gewesen.“
- (3) Ted: „Ich habe die Scheibe zerschlagen.“
- (4) Dirk: „Weder Ted noch Volker waren es.“
- (5) Bert: „Alex lügt.“
- (6) Gerd: „Ted war's.“
- (7) John: „Ted war's nicht.“
- (8) Volker: „Weder ich noch Ted haben die Scheibe zerschlagen.“
- (9) Charlie: „Volker lügt.“

a) Weise nach, dass sich auf Grund dieser Aussagen der Täter eindeutig ermitteln lässt, falls man weiß, dass es genau einen Täter gab und dass genau drei dieser Aussagen wahr sind.

b) Untersuche, ob sich genau ein Täter ermitteln lässt, wenn man annimmt, dass genau vier dieser Aussagen wahr sind oder dass genau sechs dieser Aussagen wahr sind.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 1.1 (Aussagen und deren Verknüpfungen). Es ist zweckmäßig, für jeden möglichen Fall die Wahrheitswerte der neun Aussagen zu ermitteln und in einer Tabelle festzuhalten.

Aufgabe 5 Eine Flüssigkeit wird in kleinen, mittleren und großen Flaschen verkauft. In jede kleine Flasche passen genau 200g, in jede mittlere genau 500g und in jede große genau 1000g der Flüssigkeit.

Jede gefüllte 200g-Flasche kostet $1,20e$, jede gefüllte 500g-Flasche kostet $2,80e$. Der Preis der leeren 500g-Flasche ist um 50% höher als der Preis der leeren 200g-Flasche. Die leere 1000g-Flasche ist wiederum um 50% teurer als die leere 500g-Flasche.

Welcher Betrag wird eingespart, wenn anstelle von fünf gefüllten 200g-Flaschen eine gefüllte 1000g-Flasche gekauft wird?

Hinweis. Lies dazu im „Regeln“ auf Seite 16 die Regeln (1), (2.1), (2.2) und (3).

Einsendeschluss: 27. Februar 2009