Korrespondenz-Seminar der LSGM 2008/9

Klasse 7, Serie 2

Aufgabe 1 a) Ermittle den größten gemeinsamen Teiler: $\operatorname{ggT}(33031, 25259, 14807)$.

b) Kürze den folgenden Bruch so weit wie möglich: $\frac{489527}{345959}$.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.1 (Euklidischer Algorithmus).

Aufgabe 2 a) Ermittle alle natürlichen Zahlen a, die folgende Bedingungen erfüllen:

(1) $0 < a < 4000$.

(2) $4 \mid a$ und $5 \mid a$ und $9 \mid a$.

(3) Die Zahlen 8, 25 und 27 sind keine Teiler von a.

(4) 11 ist ein Teiler von $a - 8$.

b) Ersetze in a) die Bedingung (1) durch die Bedingung (1*) $0 < a < 40000$. Ermittle die Menge aller natürlichen Zahlen a, die die Bedingungen (1*), (2), (3) und (4) erfüllen.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ aus dem Abschnitt 1.3 (Aussageformen und Mengen) sowie den Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben) und in in „Regeln“ auf Seite 12 die Regeln (3.1) und (3.2).

Aufgabe 3 a) Es sei A ein Punkt auf der Peripherie eines Kreises $k(M, r)$. Ferner sei C ein Punkt außerhalb dieses Kreises, der so auf der Geraden AM liegt, dass M zwischen A und C liegt. Eine durch C gehende Gerade, die nicht durch M geht, schneide den Kreis in den Punkten B und D so, dass D zwischen B und C liegt und die Strecke $\overline{CD}$ ebenso lang ist wie der Radius r des Kreises.

Fertige eine Planfigur an. Drücke den Winkel $\beta = \angle AMB$ durch den gegebenen Winkel $\alpha = \angle ACB$ aus. Verwende ein ähnliches Lösungsschema wie für die Lösung von Aufgabe 2, Serie 1.

b) Die Strecke $\overline{CM}$ schneide den Kreis $k(M, r)$ im Punkt E. Vergleiche die Flächeninhalte der Dreiecke AMB und MEB. Äußere eine Vermutung und beweise diese Vermutung.

Hinweis. Wiederhole dazu im „Arbeitsmaterial“ den letzten Teil von Abschnitt 1.5 (Das Lösen von Bestimmungsaufgaben). Lies in „Regeln“ auf Seite 7 die Regeln (1), (2.1), (2.2) und (3) sowie in „Sätze“ den Abschnitt IVb (Winkel und Seiten im Dreieck) und im Lehrbuch Mathematik den Abschnitt über den Flächeninhalt von Dreiecken.

Aufgabe 4 In den folgenden drei Teilaufgaben sind die Summanden aufeinanderfolgende natürliche Zahlen und der kleinste Summand ist stets durch 4 teilbar.

a) Beweise den folgenden Satz: Wenn in einer Summe von 5 aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen der kleinste Summand durch 4 teilbar ist, dann ist die Summe durch 10 teilbar.
Verwende das Beweisschema aus der Lösung von Aufgabe 1, Serie 1.

b) Die Summe besitze jetzt 9 aufeinanderfolgende Zahlen. Welches ist die größtmögliche natürliche Zahl, die jede derartige Summe teilt?

c) Für welche natürlichen Zahlen n gilt: Die Summe von n aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen, wobei der kleinste Summand durch 4 teilbar ist, ist stets durch 68 teilbar.

Hinweis. Lies dazu im „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 3.2 (Teilbarkeitslehre).

Aufgabe 5 In ein leeres Gefäß mit einem Fassungsvermögen von 1000 Litern flossen mit gleichmäßiger Strömungsgeschwindigkeit zunächst in jeder Sekunde genau 30 Liter und von einem späteren Zeitpunkt t_x ab in jeder Sekunde genau 15 Liter Wasser. Nach genau 40 Sekunden, gemessen vom Anfang an, war das Gefäß gefüllt.
Ermittle, welcher Bruchteil des Gefäßinhalts zum Zeitpunkt t_x gefüllt war.

Hinweis. Lies dazu in „Regeln“ auf Seite 16 die Regeln (1) und (3).

Einsendeschluss: 12. 12. 2008