

## Korrespondenz-Seminar 2007/08 der LSGM Klasse 8 – Aufgabenserie 5

1. Ermittle alle Möglichkeiten, die Zahl 700 als Summe zweier natürlicher Zahlen darzustellen, so dass die eine Zahl bei Division durch 17 den Rest 3, die andere Zahl bei Division durch 23 den Rest 21 lässt! (6 Pkt.)

2. In einem spitzwinkligen Dreieck  $ABC$  mögen die Höhen  $\overline{AH_a}$  und  $\overline{BH_b}$  einander im Punkt  $H$  schneiden. (6 Pkt.)

- Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen die Dreiecke  $AHH_b$  und  $BHH_a$  stets ähnlich sind.
- Beweise, dass unter diesen Voraussetzungen stets  $|AH| \cdot |HH_a| = |BH| \cdot |HH_b|$  gilt.
- Formuliere und beweise eine Verallgemeinerung dieses Satzes für stumpfwinklige Dreiecke.

3. Für ein rechtwinkliges Dreieck  $ABC$  mit rechtem Winkel bei  $C$  und dem Höhenfußpunkt  $H$  gelte  $|AB| = c$ ,  $|AC| = B$ ,  $|BC| = a$  und  $|CH| = h$ . Der Umfang des Dreiecks werde mit  $u$  bezeichnet.

Löse folgende Bestimmungsaufgaben: (6 Pkt.)

- Gegeben  $a$ ,  $b$ ; gesucht  $h$ .
- Gegeben  $c$ ,  $u$ ; gesucht  $h$ .
- Gegeben  $h$ ,  $u$ ; gesucht  $c$ .

4. Beweise, dass für alle reellen Zahlen  $a, b$  die folgende Aussage gilt: (6 Pkt.)

$$\text{Wenn } 0 < a < b \text{ gilt, dann ist } a + \sqrt{b^2 + 1} < b + \sqrt{a^2 + 1}.$$

5. Löse die beiden folgenden parameterhaltigen Mischungsaufgaben: (6 Pkt.)

- $x$  kg einer  $p_1$ -prozentigen Lösung werden mit  $y$  kg einer  $p_2$ -prozentigen Lösung vermischt. Berechne die Konzentration  $p$  der entstehenden Lösung in Prozent.
- $x$  kg einer  $p_1$ -prozentigen Lösung sollen mit einer  $p_2$ -prozentigen Lösung vermischt werden, so dass eine  $p_2$ -prozentige Lösung entsteht.  
Wie viele kg der  $p_2$ -prozentigen Lösung sind hinzuzufügen?

## Hinweise zu den Aufgaben:

In Aufgabe 1 geht es noch einmal um lineare diophantische Gleichungen. Allerdings sind hier nicht die ganzzahligen Lösungen, sondern die Lösungen in natürlichen Zahlen gefragt. Mit linearen diophantischen Gleichungen gab es in der letzten Serie keine Probleme, so dass ich mir weitere Hinweise spare.

In Aufgabe 2 geht es um den Begriff der Ähnlichkeit. Bitte lies dazu das beiliegende Arbeitsblatt „Ähnlichkeit von Dreiecken“. Dort ist insbesondere ausgeführt, dass Dreiecke ähnlich sind, wenn sie in zwei Winkeln übereinstimmen (Ähnlichkeitssatz (ww)). Suche für Aufgabenteil a) solche gleichgroßen Winkel in den genannten Dreiecken. Teil b) ergibt sich, wenn du die im Aufgabenblatt genannte Proportionalitätsgleichung für Seitenlängen in diesen Dreiecken richtig anwendest. Identifiziere dazu korrekt die einander entsprechenden Stücke.

Auch Aufgabe 3 ist eine Geometriaufgabe, allerdings sind hier mehr deine algebraischen Kompetenzen zur Termumformung gefragt. Vorher musst du natürlich alle relevanten Beziehungen für die einzelnen Bestimmungsstücke zusammentragen.

In Aufgabe 4 geht es wieder um den Beweis einer Ungleichung über den reellen Zahlen. Ich will wenigstens verraten, dass mehrfaches Quadrieren hilft. Wenn der Lösungsweg ungefähr klar ist, dann studiere im Arbeitsblatt zu Serie 4 noch einmal genau, wie der Beweis einer Ungleichung aufzuschreiben ist (Stichwort Rückwärtsarbeiten, siehe Arbeitsblatt S. 1)

Aufgabe 5 ist wieder eine Textaufgabe und zunächst einmal in die Formelsprache der Mathematik zu übersetzen. Alles Weitere ergibt sich dann fast wie von selbst.

Zum nächsten **Arbeitstreffen** werden wir das Beweisen von Ungleichungen und die Logikaufgabe 4-4 genauer besprechen. Es findet wie geplant am Samstag, 05. April 2008, statt. Wir treffen uns um 9.00 Uhr wie immer vor dem Eingang zum Uni-Interim im Städtischen Kaufhaus, Universitätsstraße 7. **Bitte teile mir mit, ob du am Arbeitstreffen teilnimmst.**

Lösungen zu dieser Aufgabenserie kannst du **bis zum 28. März 2008** einschicken an

Dr. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht

Dr. H.-G. Gräbe.