

Korrespondenz-Seminar 2007/08 der LSGM Klasse 8 – Aufgabenserie 2

1. Ermittle die Lösungsmengen der folgenden linearen Kongruenzen und gib deine Antwort in Restklassen-Notation an! (6 Pkt.)

- a) $18x \equiv 90 \pmod{42}$ b) $307x \equiv 21 \pmod{13}$ c) $85x \equiv 9 \pmod{15}$
d) $1474x \equiv 5226 \pmod{670}$ e) $81x \equiv 162 \pmod{13}$ f) $77x \equiv 308 \pmod{99}$

2. Bestimme den Wahrheitswert folgender Aussagen und beweise bzw. widerlege die Aussagen! Versuche, die gültigen Aussagen indirekt zu beweisen.

- a) Wenn $a^2 + b^2$ durch 5 teilbar ist, dann ist sowohl a als auch b durch 5 teilbar.
a) Wenn $a^2 + b^2$ durch 7 teilbar ist, dann ist sowohl a als auch b durch 7 teilbar.

Hierbei sind a und b natürliche Zahlen. (6 Pkt.)

3. Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Gleichung, wobei p ein reeller Parameter ist: (6 Pkt.)

$$\sqrt{3px + 7} - \sqrt{5x - 3} = 0.$$

Beachte die Lösungshinweise zu dieser Aufgabe weiter unten!

4. Ein Spieler setzt nacheinander 1 €, 2 €, 3 € usw., bis er zum ersten Mal gewinnt. (6 Pkt.)

- a) In der wievielten Runde muss der Spieler erstmals gewinnen, damit er sein ganzes bis dahin gesetztes Geld zurückbekommt, wenn die Bank dem Gewinner das Zehnfache seines Einsatzes auszahlt?
b) Wie lautet die allgemeine Antwort, wenn die Bank dem Gewinner das k -fache seines Einsatzes auszahlt? k ist hierbei eine beliebige natürliche Zahl.
c) Ein Spieler behauptet, dass er bei einem solchen Verfahren in der 12. Runde gewonnen und dabei sein ganzes bis dahin gesetztes Geld zurückerhalten habe. Kann die Behauptung stimmen?

5. Ein Hubschrauber startete um 4:30 Uhr in der Stadt A und flog mit der Geschwindigkeit von $250 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ zur Stadt B . Dort blieb er 30 Minuten und flog dann auf demselben Weg mit der Geschwindigkeit von $300 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ nach A zurück, wo er am selben Tag um 11:45 Uhr ankam.

Ermittle die Länge des Wegs von A nach B .

(6 Pkt.)

Hinweise zu den Aufgaben:

Zur Aufgabe 1 lies dir bitte vorher das beiliegende Arbeitsblatt *Das Rechnen mit Kongruenzen. Teil 2* durch, in welchem das Lösen linearer Kongruenzen besprochen wird. Wir haben darüber auch zum ersten Arbeitstreffen gesprochen.

Auch die Aufgabe 2 hat etwas mit Resten zu tun, auch wenn das nicht so offensichtlich ist. Überlege dazu, welche Reste Quadratzahlen bei Division durch 5 bzw. durch 7 haben können.

In Aufgabe 3 tritt erstmals eine Gleichung mit Parameter auf, d.h., es ist eigentlich eine ganze Serie von Aufgaben zu lösen, die sich nur im Wert von p unterscheiden. Löse die Aufgabe zunächst für einige Werte von p , etwa $p = -2$, $p = -1$, $p = 0$, $p = 1$, $p = 2$. Vergiss nicht, durch eine Probe nachzuprüfen, ob der von dir jeweils gefundene Wert für x auch wirklich eine Lösung ist; der Radikand der Wurzeln muss nichtnegativ sein. Überlege dann, welche Fälle für p sinnvoll zu unterscheiden sind und gib für jeden der Fälle die Lösungsmenge L_p an. Natürlich werden in der Angabe von L_p Formeln mit p vorkommen.

Aufgabe 4 und 5 schließlich sind wieder Textaufgaben, deren Lösung zunächst eine gute Umsetzung in mathematische Symbolik erfordert. Beachte, dass in Aufgabe 5 die Durchschnittsgeschwindigkeit des Hubschraubers *nicht* gleich dem (arithmetischen) Mittel der beiden angegebenen Geschwindigkeiten ist!

Lösungen zu diesen Aufgaben kannst du **bis zum 30. November 2007** einschicken an

Dr. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Für die aktive Teilnahme am Seminar und den Arbeitstreffen ist eine **Anmeldung** erforderlich. Das Anmeldeformular, soweit ich es nicht schon habe, liegt diesem Brief bei. Bitte schicke es mit der Lösung dieser Serie zurück.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht Euch

Dr. H.-G. Gräbe.