

Korrespondenz-Seminar 2007/08 der LSGM Klasse 8 – Aufgabenserie 1

Bitte beachtet auch das Informationsblatt sowie die Rückseite!

1. Eine Aufgabe zum Schubfachprinzip.

a) Beweise mit Hilfe des Schubfachprinzips, dass es unter 50 ganzen Zahlen mindestens zwei gibt, deren Differenz durch 49 teilbar ist. (2 Pkt.)

b) Eine Schießscheibe habe die Form eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seitenlänge 4 cm. Ein Schütze schießt 20 mal auf diese Scheibe, trifft aber nur genau 17 mal.

Zeige, dass er kleinste Abstand zwischen zwei der 17 Einschusslöcher, die alle gut zu unterscheiden sind, höchstens 1 cm ist. (4 Pkt.)

2. Beweise, dass für reelle Zahlen a, b mit $a > b > 0$ stets die Ungleichung

$$\frac{-3a^2 + 3ab + b}{ab - b^2} \geq \frac{2b\sqrt{ab} - 3a^2 + 3ab^2}{(a^2 - b^2)b}$$

erfüllt ist. (6 Pkt.)

3. Beweise folgenden Satz:

Wenn man eine Primzahl durch 24 dividiert, dann ist der Rest entweder gleich Eins oder eine Primzahl. (6 Pkt.)

4. Beweise, dass in einem regelmäßigen Fünfeck $ABCDE$ jede der fünf Diagonalen zu einer der Fünfeckseiten parallel ist. (6 Pkt.)

Hinweis: Ein Fünfeck heißt genau dann regelmäßig, wenn alle seine Seiten gleich lang und alle seine Innenwinkel gleich groß sind.

5. Von Lew Nikolajewitsch Tolstoi (1828 bis 1910), einem bedeutenden russischen Schriftsteller, stammt die folgende Aufgabe:

Schnitter sollen zwei Wiesen mähen. Am Morgen begannen alle gemeinsam, die größere Wiese zu mähen. Vom Mittag dieses Tages an teilten sie jedoch die Arbeit anders ein: Die Hälfte der Schnitter verblieb beim Mähen der ersten Wiese, die sie bis zum Abend fertig mähten.

Die anderen Schnitter gingen zum Mähen der zweiten Wiese über, die halb so groß wie die erste war, und arbeiteten bis zum Abend. Nun blieb auf der zweiten Wiese ein Rest, für den ein Schnitter allein einen ganzen Tag benötigte.

Wie viele Schnitter waren am ersten Tag bei der Arbeit, wenn wir voraussetzen, dass die Arbeitsleistung aller Schnitter untereinander gleich war und auch nicht zwischen Vor- und Nachmittag schwankte? (6 Pkt.)

Hinweise zu den Aufgaben:

Aufgabe 1 lässt sich mit dem Dirichletschen Schubfachprinzip lösen. Lies dazu auch das Arbeitsblatt zum Schubfachprinzip und versuche, diesen Ansatz richtig auf die gegebene Situation zu übertragen.

Die Aufgaben 2 und 3 knüpfen an Themen an (Umformen von Termen, Beweisen von Ungleichungen, Rechnen mit Resten), die bereits im Seminar der Klasse 7 eine Rolle gespielt haben. Auch dazu habe ich zwei Arbeitsmaterialien beigelegt.

Aufgabe 4 ist eine Geometrieaufgabe, bei der es um den Nachweis der Parallelität von Strecken geht. Überlege, welche Sätze über parallele Geraden du kennst. Die Umkehrung eines solchen Satzes leistet nützliche Dienste beim geforderten Beweis.

Aufgabe 5 schließlich ist eine Textaufgaben, deren Lösung zunächst eine gute Umsetzung in mathematische Symbolik erfordert.

Lösungen zu diesen Aufgaben könnt ihr **bis zum 20. Oktober 2007** einschicken an

Dr. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Zur erfolgreichen Arbeit gehören in guter Tradition **Arbeitstreffen**, welche etwa einmal pro Quartal geplant sind.

Das **erste Arbeitstreffen** soll bereits am 3.11.2007 stattfinden. Wir treffen uns um 9:30 Uhr vor dem Städtischen Kaufhaus, Universitätsstraße 16. Unser Arbeitstreffen (wie immer bis 12 Uhr) wird dort im Raum 2-06 stattfinden. **Bitte teile mir rechtzeitig mit, ob du am Arbeitstreffen teilnimmst.**

Für die aktive Teilnahme am Seminar und den Arbeitstreffen ist eine **Anmeldung** erforderlich. Das Anmeldeformular schicke ich mit der zweiten Serie heraus.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht Euch

Dr. H.-G. Gräbe.