

Korrespondenz-Seminar der LSGM 2007/8

Klasse 7, Serie 6

Aufgabe 1 a) Ermittle die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung:

$$\frac{7x+2}{4} + \frac{3x+1}{5} - \frac{6x-8}{10} \leq 4x - \frac{27}{6}.$$

b) Bestimme den Wert des Parameters p , für den die Gleichung

$$\frac{21}{3x} - \frac{20}{2x} = 2p - \frac{19}{x}$$

keine Lösung besitzt, und den Wert von p , für den die Gleichung genau die Zahl $x = 4$ als Lösung besitzt.

Hinweis. Lies dazu in „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.1 (Einige Begriffe), den Abschnitt 4.2 (Regeln für das äquivalente Umformen) und in „Regeln“ auf Seite 15 die Regel (2.1).

Aufgabe 2 Beweise den folgenden Satz über zwei positive rationale Zahlen:

Das geometrische Mittel ist stets kleiner oder gleich dem quadratischen Mittel.

Hinweis. Lies dazu in „Arbeitsmaterial“ den Abschnitt 4.3 (Einige wichtige Gleichungen und Ungleichungen) und in „Regeln“ auf Seite 14 die Regeln (1) und (2.2.1).

Aufgabe 3 Gegeben seien die folgenden vier Aussagen über zwei natürliche Zahlen a und b .

- (1) Die Summe $a + b$ ist ein Vielfaches von 3.
- (2) Die Summe $a + 4b$ ist eine Primzahl.
- (3) Es gilt $a = 8b + 5$.
- (4) Die Zahl b ist ein Teiler von $a + 1$.

Es ist bekannt, dass genau eine dieser Aussagen falsch ist. Finde die falsche Aussage heraus und ermittle alle Zahlenpaare (a, b) , welche die wahren Aussagen erfüllen.

Aufgabe 4 Bestimme jeweils den Rest, den die Summe s bei der Division durch 25 lässt:

a) $s = 1^5 + 2^5 + \dots + 8^5$.

b) $s = 1^5 + 2^5 + \dots + 1997^5$.

Hinweis. Benutze dazu das Rechnen mit Kongruenzen und verwende dabei die absolut kleinsten Reste.

Aufgabe 5 Zum Einlegen von Gurken benötigt Frau Maier 1 Liter 12%igen Essig. Zur Verfügung stehen ihr 6%iger Weinessig und 40%ige Essigessenz.

Wie viele Milliliter jeder Sorte muss Frau Maier mischen? Runde auf ganzzahlige Milliliter.

Letzter Einsendetermin: 9. Mai 2008