Leipziger SchülerGesellschaft
für Mathematik

http://lsgm.uni-leipzig.de

Prof. Hans-Gert Gräbe, Institut f. Informatik, Univ. Leipzig, 04009 Leipzig
email: graebe@informatik.uni-leipzig.de

Korrespondenz-Seminar 2006/07 der LSGM
Klasse 8 – Aufgabenserie 7

1. Beweise die folgenden Ungleichungen:

a) Wenn $a, b \geq 0$ und $a + b = 1$ gilt, so ist $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$.

a) Wenn $a, b, c \geq 0$ und $a + b + c = 1$ gilt, so ist $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$.

Unter welchen Bedingungen gilt Gleichheit? Formuliere eine Verallgemeinerung dieser Sätze. (6 Pkt.)

2. Ermittle die Lösungen der folgenden Gleichung bzw. Ungleichung auf grafischem Weg! (je 3 Pkt.)

a) $\lfloor |x-1| \rfloor - \operatorname{sgn}(2\,x - 5) = 0$ b) $||2\,x - 4| - 2| - 2\operatorname{sgn}(x-1) + 1 < 0$

3. Beweise folgenden Satz: Fällt man von einem Eckpunkt eines beliebigen Dreiecks ABC das Lot auf die gegenüberliegende Seite oder deren Verlängerung und verbindet den Fußpunkt des Lots mit den Mittelpunkten der beiden anderen Seiten, dann ist die Summe der Längen dieser Verbindungsstrecken gleich der halben Summe der Längen dieser beiden Seiten. (6 Pkt.)

4. Ermittle alle Möglichkeiten, die Zahl 120 so als Summe von drei natürlichen Zahlen darzustellen, dass die folgende Bedingung erfüllt ist: Multipliziert man den ersten Summanden mit 36, den zweiten Summanden mit 16 und den dritten Sumamnden mit 3 und addiert diese drei Produkte, dann erhält man 1821. (6 Pkt.)

5. In der Firma Phantastico wird jeden Monat eine Literzahl Fruchtsaft und die zehnfache Literzahl Milch eingekauft und in genau diesem Mengenverhältnis ein Mischgetränk produziert. Der Preis für diese Milchmenge ist doppelt so hoch wie der Preis für die Saftmenge.

Eines Tages sinkt der Milchpreis um 20 %. Wenn nun monatlich genausoviel Geld wie bisher für den Kauf von Fruchtsaft und Milch ausgegeben werden soll, um wieviel Prozent kann dann bei Einhaltug des bisherigen Mischungsverhältnisses die Produktion des Mischgetränks gesteigert werden?

Errechne diesen Prozentsatz auf zwei Dezimalstellen nach dem Komma genau. (6 Pkt.)

Hinweise zu den Aufgaben:

Zur Lösung der ersten Aufgabe studiere bitte das beiliegende Arbeitsblatt, wo das Beweisen von Ungleichungen besprochen wird. Beachte insbesondere, dass ein Beweis immer mit einer bekannten Aussage startet und die zu beweisende Aussage *am Ende* stehen muss.

In der zweiten Aufgabe geht es wieder um die grafische Lösung von Gleichungen und Ungleichungen wie im vorigen Aufgabenblatt.

Aufgabe 3 hat eine geometrische Aussage zum Gegenstand. Überlege, welche Aussagen über Dreiecke mit rechtem Winkel du kennst, denn der Höhenfußpunkt ist ja Eckpunkt von zwei solchen Dreiecken. Als kleinen Hinweis gebe ich noch die Information, dass zwei Hilfslinien weiterhelfen.

Die restlichen Aufgaben haben alle mehr oder weniger heuristischen Charakter und deine Fähigkeiten zur Umsetzung geschriebenen Texts in mathematische Aussagen und Formeln ist gefragt.

Lösungen zu diesen Aufgaben kannst du **bis zum 30. Mai 2007** einschicken wie immer an

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht dir

Prof. H.-G. Gräbe.