

---

Prof. Hans-Gert Gräbe, Institut f. Informatik, Univ. Leipzig, 04009 Leipzig  
email: [graebe@informatik.uni-leipzig.de](mailto:graebe@informatik.uni-leipzig.de)

---

## Korrespondenz-Seminar 2006/07 der LSGM

### Klasse 8 – Aufgabenserie 6

1. Ermittle die Lösungen der folgenden Gleichung bzw. Ungleichung auf grafischem Weg!  
(je 3 Pkt.)

a)  $|x - 2| = \left\lfloor \frac{1}{2}x + 1 \right\rfloor$       b)  $\operatorname{sgn}(2x + 5) - |2x + 2| + 4 \leq 0$

2. Für ein rechtwinkliges Dreieck  $ABC$  mit rechtem Winkel bei  $C$  und dem Höhenfußpunkt  $H$  auf  $AB$  gelte  $|AB| = c$ ,  $|BC| = a$ ,  $|AC| = b$  und  $|CH| = h$ . Weiter werde der Umfang dieses Dreiecks mit  $u$  bezeichnet.

Leite jeweils eine Formel her, die folgende Bestimmungsaufgabe zu lösen gestattet: (je 3 Pkt.)

a) Gegeben  $a, b$ , gesucht  $h$ .

a) Gegeben  $c, u$ , gesucht  $h$ .

3. Gegeben sind die folgenden vier Aussagen über zwei natürliche Zahlen  $a, b \in \mathbb{N}$ :

- (1) Die Summe  $a + b$  ist ein Vielfaches von 3.
- (2) Die Summe  $a + 4b$  ist eine Primzahl.
- (3) Es gilt  $a = 8b + 5$ .
- (4)  $b$  ist ein Teiler von  $(a + 1)$ .

Es ist bekannt, dass genau eine dieser Aussagen falsch ist.

Finde die falsche Aussage heraus und ermittle alle Zahlenpaare  $(a; b)$ , welche die wahren Aussagen erfüllen.  
(6 Pkt.)

4. Bill und Tom haben beim Goldwaschen vier ansehnliche Goldklumpen gefunden. Die Freude war riesengroß. Mit einer Balkenwaage stellten die beiden Goldwäscher fest:

- Die Goldklumpen  $A$  und  $B$  zusammen waren gleich schwer wie die beiden anderen Goldklumpen  $C$  und  $D$  zusammen.
- $B$  und  $C$  zusammen waren leichter als  $A$  und  $D$  zusammen.
- $B$  allein war schwerer als  $A$  und  $C$  zusammen.

Ordne mit Hilfe dieser Angaben die Goldklumpen nach ihrer Masse, beginnend mit der größten Masse.  
(6 Pkt.)

5. Ein Dienstreisender legt den ersten Teil einer Dienstfahrt mit dem PKW und den Rest mit dem Zug zurück.

Als er die mit dem PKW zurückgelegte Teilstrecke sowie genau ein Fünftel der Bahnstrecke durchfahren hatte, stellte er fest, dass er zu diesem Zeitpunkt genau ein Drittel der Gesamtstrecke zurückgelegt hatte.

Später, als er genau die Hälfte der Gesamtstrecke zurückgelegt hatte, war er mit dem Zug bereits 20 km mehr gefahren als zuvor mit dem PKW.

Wie lang war die Gesamtstrecke der Reise? (6 Pkt.)

### Hinweise zu den Aufgaben:

In der ersten Aufgabe geht es um die grafische Lösung von Gleichungen und Ungleichungen, in denen einfache Funktionen vorkommen. Dazu sollt Ihr Euch einen Überblick über das Aussehen der Graphen verschiedener Funktionen erarbeiten, die aus einigen „besonderen“ Funktionen und linearen Funktionen zusammengesetzt sind. Versucht dazu, von den einzelnen Teilen, also den Funktionen  $|x - 2|$ ,  $\operatorname{sgn}(2x + 5)$ ,  $\lfloor \frac{x}{2} + 1 \rfloor$  usw. den jeweiligen Graphen zu zeichnen (pro Teilaufgabe in ein extra Koordinatensystem) und die für die Lösung relevanten Teile zu markieren. Hier noch einmal die Definitionen für die „besonderen“ Funktionen:

$|x|$  ist die *Betragsfunktion*, d.h. „ $x$  ohne Vorzeichen“

$$|x| = \begin{cases} x & \text{für } x \geq 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

$\lfloor x \rfloor$  ist die *Gauß-Klammer*, d.h. die größte ganze Zahl, die  $x$  nicht übersteigt  
(also z.B.  $\lfloor 1,32 \rfloor = \lfloor 1,33 \rfloor = \lfloor 1,45 \rfloor = \lfloor 1,98 \rfloor = 1$ ,  $\lfloor -0,25 \rfloor = -1$ ).

$\operatorname{sgn}(x)$  ist die *Signum- oder Vorzeichen-Funktion*, d.h.

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -1 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

Aufgaben dieser Art haben wir zum Arbeitstreffen besprochen.

In Aufgabe 2 sind verschiedene Formeln zu finden, mit denen sich am rechtwinkligen Dreieck Streckenlängen der einen Art in Streckenlängen anderer Art umrechnen lassen. Überlege dazu, welche Sätze am rechtwinkligen Dreieck dabei hilfreich sein könnten.

Die restlichen Aufgaben haben alle mehr oder weniger heuristischen Charakter und deine Fähigkeiten zur Umsetzung geschriebenen Texts in mathematische Aussagen und Formeln ist gefragt.

Lösungen zu diesen Aufgaben kannst du **bis zum 30. April 2007** einschicken wie immer an

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht dir

Prof. H.-G. Gräbe.