

Prof. Hans-Gert Gräbe, Institut f. Informatik, Univ. Leipzig, 04009 Leipzig  
email: [graebe@informatik.uni-leipzig.de](mailto:graebe@informatik.uni-leipzig.de)

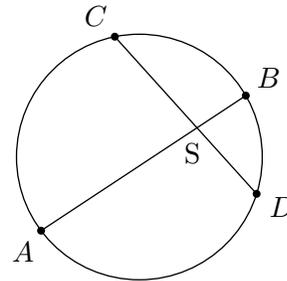
## Korrespondenz-Seminar 2006/07 der LSGM Klasse 8 – Aufgabenserie 5

1. a) Beweise den folgenden Satz: Wenn  $ABCD$  ein Sehnenviereck mit dem Diagonalschnittpunkt  $S$  ist, dann sind die Dreiecke  $\triangle ABS$  und  $\triangle DCS$  zueinander ähnlich. (3 Pkt.)

b) Beweise den folgenden *Sehnensatz*: (3 Pkt.)

Wenn zwei Sehnen  $\overline{AB}$  und  $\overline{CD}$  eines Kreises einander in einem Punkt  $S$  schneiden, dann ist das Produkt der Abschnitte auf  $\overline{AB}$  gleich dem Produkt der Abschnitte auf  $\overline{CD}$ , d. h. es gilt

$$|AS| \cdot |SB| = |CS| \cdot |SD| .$$



2. Wir betrachten eine dreistellige natürliche Zahl  $a$ , ihr Dreifaches und ihr Fünffaches. Die Zahl  $a$  soll *mysteriös* heißen, wenn die Darstellungen dieser drei Zahlen im Zehnersystem alle Ziffern von 1 bis 9 jeweils genau einmal enthalten.

Ermittle alle mysteriösen Zahlen! (6 Pkt.)

3. Sei  $ABCD$  ein Rechteck, sei  $M$  der Mittelpunkt der Seite  $\overline{AB}$  sowie  $S$  der Schnittpunkt der Strecken  $\overline{AC}$  und  $\overline{DM}$ .

Ermittle das Verhältnis des Flächeninhalts des Dreiecks  $SMC$  zum Flächeninhalt des Rechtecks  $ABCD$ ! (6 Pkt.)

4. Ermittle alle Möglichkeiten, die Zahl 700 so als Summe zweier natürlicher Zahlen darzustellen, dass die eine Zahl bei Division durch 17 den Rest 3, die andere Zahl bei Division durch 23 den Rest 21 lässt! (6 Pkt.)

5. Gegeben seien drei Zahlen  $p, p_1, p_2$  mit  $0 < p_1 < p < p_2 < 100$ .

Aus einer geeigneten Menge von  $x$  kg einer  $p_1$ -prozentigen Lösung (d.h. einer Lösung, die  $p_1$  % dieses Stoffes und den Rest Wasser enthält) und einer geeigneten Menge von  $y$  kg einer  $p_2$ -prozentigen Lösung des gleichen Stoffes soll durch Zusammengießen eine  $p$ -prozentige Lösung hergestellt werden. (Die Prozentangaben beziehen sich dabei jeweils auf die Masse)

a) Ermittle das hierzu erforderliche Mischungsverhältnis  $x : y$  speziell für die Werte  $p_1 = 25, p_2 = 60$  und  $p = 30$ , d. h. durch Mischen von 25 %-iger und 60 %-iger Lösung soll eine 30 %-ige Lösung hergestellt werden. (2 Pkt.)

b) Leite eine Formel her, mit welcher man aus vorgegebenen Werten  $p_1 < p < p_2$  das richtige Verhältnis  $x : y$  für die Herstellung einer solchen Mischung bestimmen kann. (4 Pkt.)

(6 Pkt.)

### Hinweise zu den Aufgaben:

Zur Aufgabe 1 lies bitte vorher das beiliegende kleine Arbeitsblatt über ähnliche Dreiecke durch, da ich nach den Erfahrungen der letzten Jahre davon ausgehen muss, dass dieser Begriff noch nicht in der Schule dran war. Wir sprechen darüber auch noch einmal zum **nächsten Arbeitstreffen**, welches wie geplant

am 31. 3. 2007 ab 9:30 Uhr im Raum 2-10 im Städtischen Kaufhaus,  
Universitätsstraße (Eingang neben der Universitäts-Buchhandlung),

stattfinden wird. Wir treffen uns diesmal direkt am Eingang vom Städtischen Kaufhaus.

Aufgabe 2 ist eine Knobelaufgabe, wo du dir durch geschickte Wahl der Fallunterscheidungen viel Arbeit ersparen kannst. Bitte achte auf die Verständlichkeit deiner Ausführungen.

Bei Aufgabe 3 können Strahlensätze ein nützliches Hilfsmittel sein, aber durch geschickt gewählte Linien lässt sich die Aufgabe auch durch Flächenzerlegung lösen. Zwei der Linien sind Seitenhalbierende in einem nicht ganz so offensichtlichen Dreieck. Findest du es? Die Seitenhalbierenden zerlegen ein Dreieck in sechs flächengleiche Dreiecke. Warum?

Aufgabe 4 hat etwas mit diophantischen Gleichungen zu tun. Beachte, dass nur nach Lösungen in *natürlichen* Zahlen gefragt ist.

Und Aufgabe 5 ist wieder eine Textaufgabe, wo es zunächst um die adäquate Umsetzung der Problematik in mathematische Formeln geht.

Lösungen zu diesen Aufgaben kannst du **bis zum 31. März 2007** einschicken wie immer an

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig

oder zum Arbeitstreffen mitbringen.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht dir

Prof. H.-G. Gräbe.