Leipziger SchülerGesellschaft
für Mathematik
http://lsgm.uni-leipzig.de

Prof. Hans-Gert Gräbe, Institut f. Informatik, Univ. Leipzig, 04009 Leipzig
email: graebe@informatik.uni-leipzig.de

Korrespondenz-Seminar 2006/07 der LSGM
Klasse 8 – Aufgabenserie 2

1. Ermittle die Lösungsmengen der folgenden linearen Kongruenzen und gib deine Antwort in Restklassen-Notation an! (6 Pkt.)

a)	$21\,x \equiv 35$	(mod 77)	b)	$88\,x \equiv 10$	(mod 84)	c)	$88\,x \equiv 16$	(mod 84)
d)	$1210\,x \equiv 393$	(mod 77)	e)	$57\,x \equiv 89$	(mod 101)	f)	$87\,x \equiv 129$	(mod 213)

2. Beweise die folgenden Sätze indirekt!

a) Wenn das Quadrat einer Zahl durch 3 teilbar ist, dann ist auch die Zahl selbst durch 3 teilbar. (3 Pkt.)

b) Es gibt keine natürlichen Zahlen m, n mit $n \neq 0$, für die $2^m = 6^n$ gilt. (3 Pkt.)

3. Ermittle die Erfüllungsmengen der folgenden Gleichungen und Ungleichungen (im Bereich der reellen Zahlen)! (je 2 Pkt.)

a) $$\frac{4}{3\,x^2 - 27} - \frac{1}{3} = \frac{5\,x + 2}{60 - 20\,x} - \frac{0,5\,x + 5}{6\,x + 18}$$

b) $$\frac{x^2 + 2}{x^2 - 1} < 0$$

c) $$\sqrt{x - 2} + 2\,\sqrt{6 - x} + 4\,\sqrt{3\,x - 9} > 0$$

4. Über drei rationale Zahlen ist bekannt:

(1) Der Quotient aus der ersten und der dritten Zahl ist positiv.
(2) Die Summe aus der ersten und der dritten Zahl ist negativ.
(3) Das Produkt aller drei Zahlen ist positiv.

a) Was lässt sich auf Grund dieser drei Bedingungen über die Vorzeichen der drei Zahlen aussagen? (2 Pkt.)

Es gelten ferner folgende Aussagen:

(4) Subtrahiert man die dritte von der ersten Zahl, so erhält man die zweite.
(5) Bildet man die Kehrwerte der drei Zahlen, so erhält man drei ganze Zahlen.
(6) Die Summe aller drei Zahlen beträgt $-\frac{1}{3}$. Dieses Ergebnis erhält man auch, wenn man die zweite durch die dritte Zahl teilt.

b) Ermittle alle Tripel rationaler Zahlen, welche die Bedingungen (1) bis (6) gleichzeitig erfüllen! (4 Pkt.)

5. Der Verkaufsperis (Bruttopreis) einer Ware setzt sich zusammen aus dem Nettopreis und der Mehrwertsteuer.

Vor einiger Zeit betrug die Mehrwertsteuer in Deutschland 14 % des Nettopreises, dann wurde im Zuge der europäischen Anpassung diese Mehrwertsteuer auf 15 % erhöht. Das bedeutete – bei gleichbleibendem Nettopreis – eine Erhöhung des Verkaufspreises.

Wieviel Prozent des vorigen Verkaufspreises hat diese Erhöhung betragen? Berechne den Prozentsatz gerundet auf zwei Dezimalen nach dem Komma! (6 Pkt.)

Hinweise zu den Aufgaben:

Für Aufgabe 1 schaut euch bitte das Material „Rechnen mit Kongruenzen Teil 2“ an sowie im Arbeitsmaterial Klasse 8 den Abschnitt 3.1. Dort wird das Lösen linearer Kongruenzen besprochen.

Für Aufgabe 2 schaut bitte auch im Arbeitsmaterial Klasse 8 den Abschnitt 1.2 über indirekte Beweise an. Es geht bei der Lösung dieser Aufgabe um das exakte mathematische Argumentieren.

In Aufgabe 3 geht es um das Lösen von Gleichungen und Ungleichungen. Überlege dir für jede der drei Teilaufgaben, wie du sie effizient angehen kannst. Beachte insbesondere bei Teilaufgabe b), dass verschiedene Vorzeichenkombinationen von Zähler und Nenner möglich sind.

Die Aufgaben 4 und 5 sind wieder Textaufgaben, deren Lösung zunächst eine gute Umsetzung in mathematische Symbolik erfordert.

Lösungen zu diesen Aufgaben könnt ihr **bis zum 10. Dezember 2006** einschicken an

Prof. H.-G. Gräbe, Herwigstraße 30, 04279 Leipzig.

Viel Spaß und Erfolg beim Lösen der Aufgaben wünscht Euch

Prof. H.-G. Gräbe.